

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

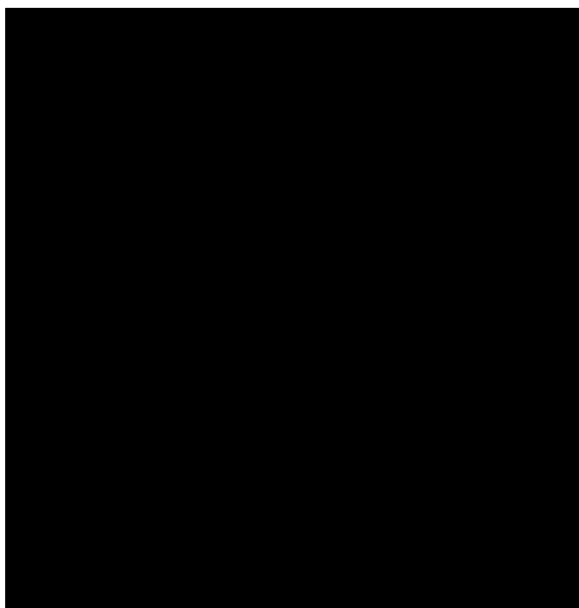
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $15 - (3 + 4)$ este egal cu: a) 3 b) 8 c) 16 d) 22
5p	2. Știind că $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$, $y \neq 0$, rezultatul calculului $2x - 5y + 10$ este egal cu: a) 0 b) 7 c) 10 d) 17
5p	3. Produsul dintre numărul 3 și opusul numărului 3 este egal cu: a) -9 b) -6 c) 0 d) 1
5p	4. Numărul care reprezintă $\frac{2}{3}$ din 12 este egal cu: a) 2 b) 4 c) 8 d) 12

5p

5. Profesorul întreabă care este cel mai mare număr întreg din intervalul $(-2,5)$. Răspunsurile date de elevii Andreea, Marina, David și Vlad sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Andreea	Marina	David	Vlad
-3	-2	5	4

Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect la întrebarea profesorului este:

- a) Andreea
- b) Marina
- c) David
- d) Vlad

5p

6. În diagrama de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute la un test la matematică, de către elevii unei clase a VIII -a.

Nota	Număr de elevi
Nota 4	2
Nota 5	2
Nota 6	6
Nota 7	8
Nota 8	5
Nota 9	4
Nota 10	2

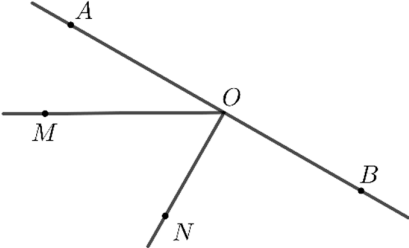
Afirmația: „Conform informațiilor din diagramă, la acest test, nota 7 a fost obținută de 10 elevi.” este:

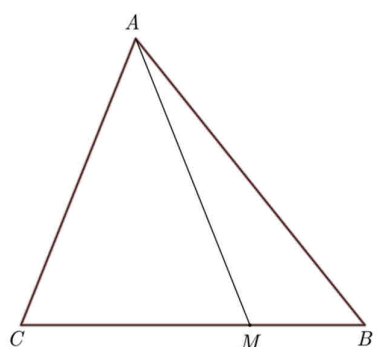
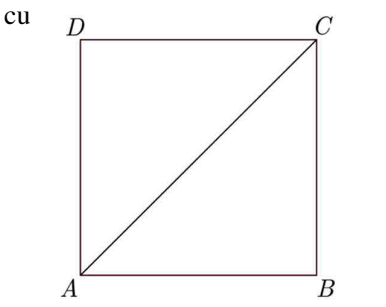
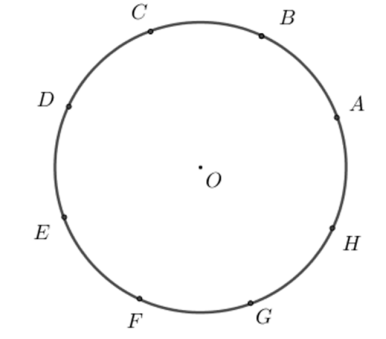
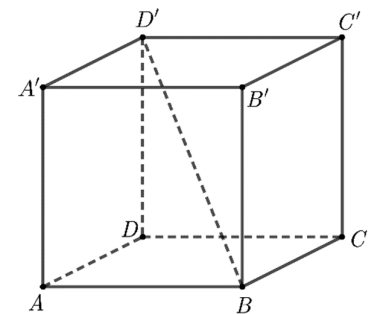
- a) adevărată
- b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D, în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$, iar lungimea segmentului AC este egală cu 10 cm. Lungimea segmentului AD este egală cu: a) 5 cm b) 10 cm c) 15 cm d) 20 cm 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, O și B, în această ordine. Punctele M și N sunt de aceeași parte a dreptei AB, astfel încât măsura unghiului MOA este egală cu 30° și dreapta ON este perpendiculară pe dreapta AB. Măsura unghiului MON este egală cu: a) 30° b) 45° c) 60° d) 90° 

5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu aria de 15 cm^2. Punctul M se află pe segmentul BC, astfel încât $BC = 3 \cdot BM$. Aria triunghiului AMC este egală cu: a) 5 cm^2 b) $7,5 \text{ cm}^2$ c) 10 cm^2 d) $12,5 \text{ cm}^2$	
5p	4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu perimetrul egal cu 40 cm. Lungimea segmentului AC este egală cu: a) 10 cm b) $10\sqrt{2} \text{ cm}$ c) $10\sqrt{3} \text{ cm}$ d) 20 cm	
5p	5. În figura alăturată, punctele distincte A, B, C, D, E, F, G și H sunt reprezentate pe cercul de centru O, astfel încât arcele mici $AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH$ și HA sunt congruente. Măsura arcului mic BC este egală cu: a) 30° b) 45° c) 60° d) 75°	
5p	6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 5 \text{ cm}$. Lungimea segmentului BD' este egală cu: a) 5 cm b) $5\sqrt{2} \text{ cm}$ c) $5\sqrt{3} \text{ cm}$ d) 10 cm	

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

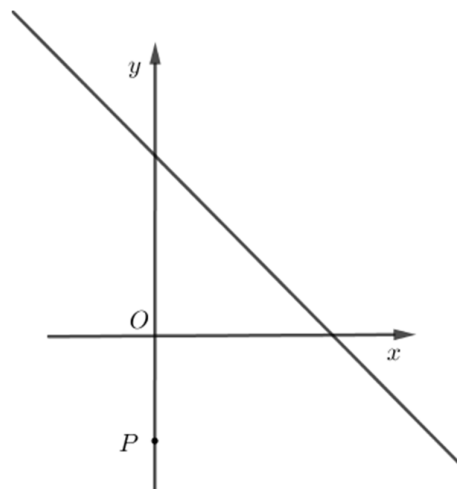
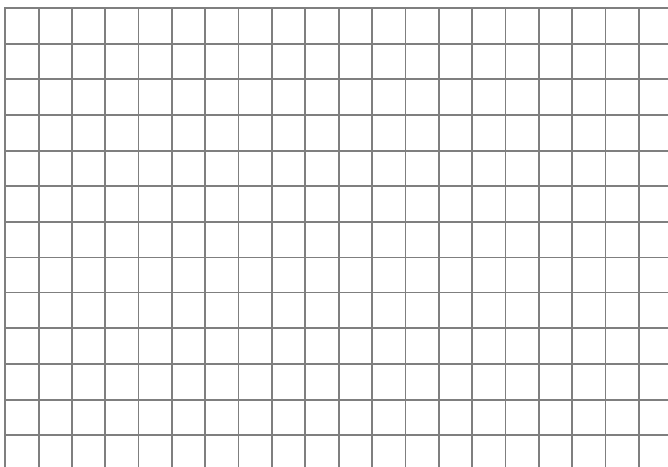
(30 de puncte)

5p	1. Maria are 14 ani și tatăl ei are 40 de ani. (2p) a) Este posibil ca, peste 2 ani, suma dintre vârsta Mariei și vârsta tatălui ei să fie egală cu 60 de ani? Justifică răspunsul dat.
----	--

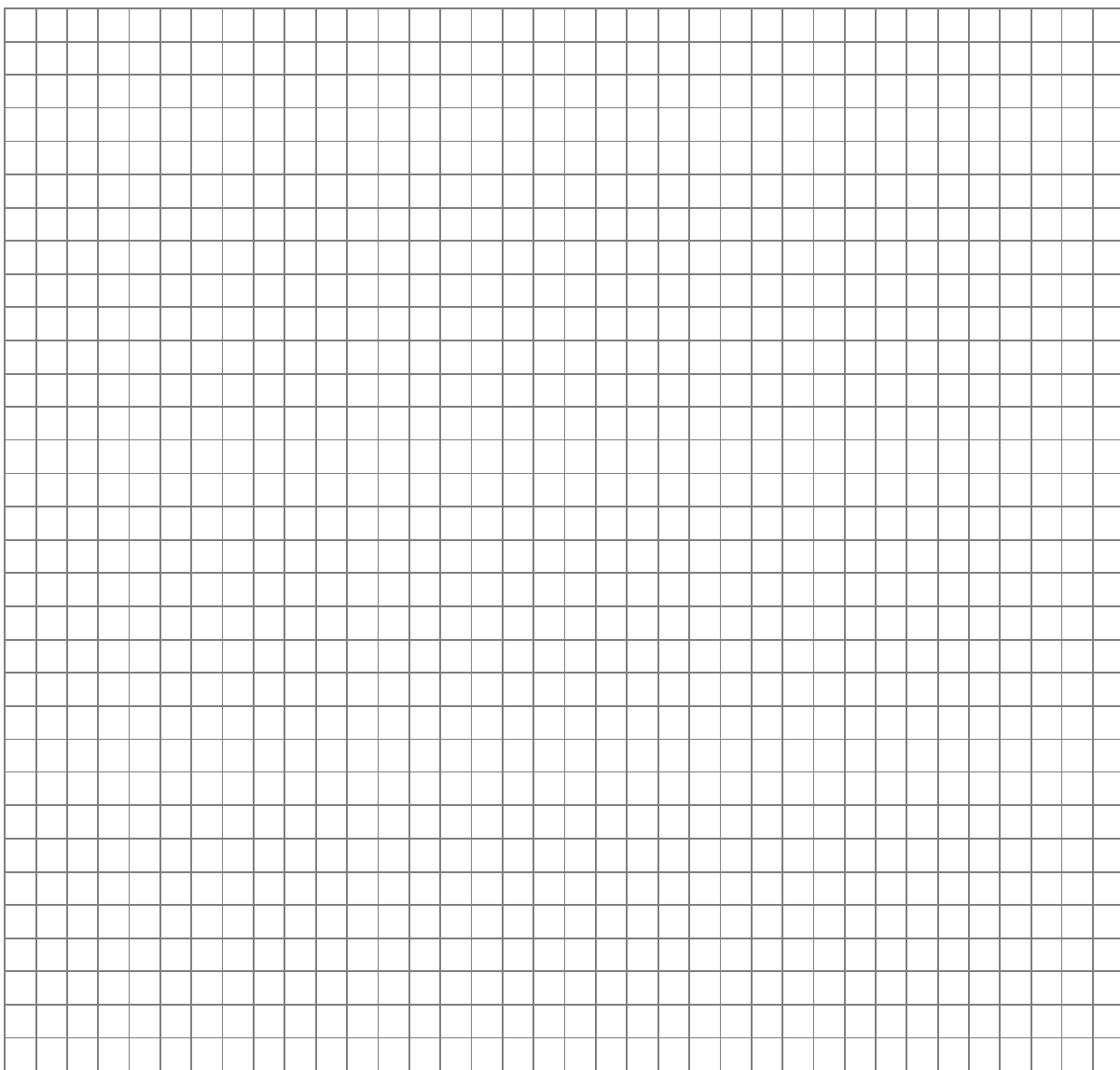
5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 5$.

(2p) a) Arată că $f(4) + f(6) = 0$.



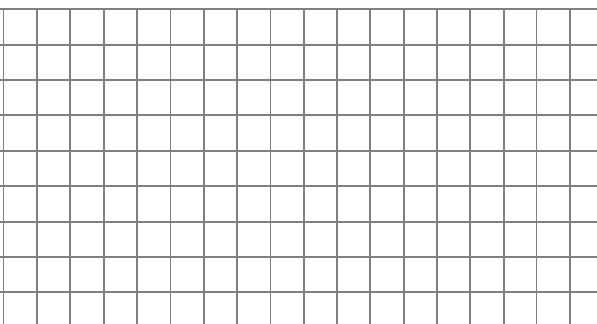
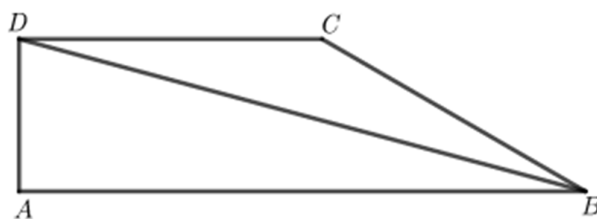
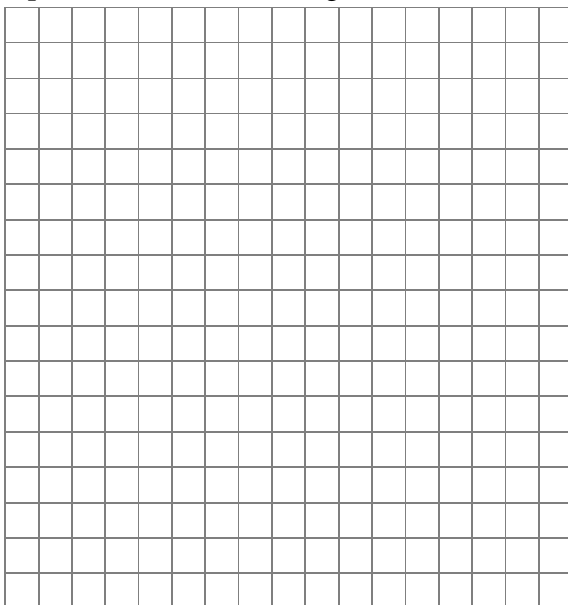
(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A , respectiv B . Calculează distanța de la punctul $P(0, -3)$ la dreapta AB .



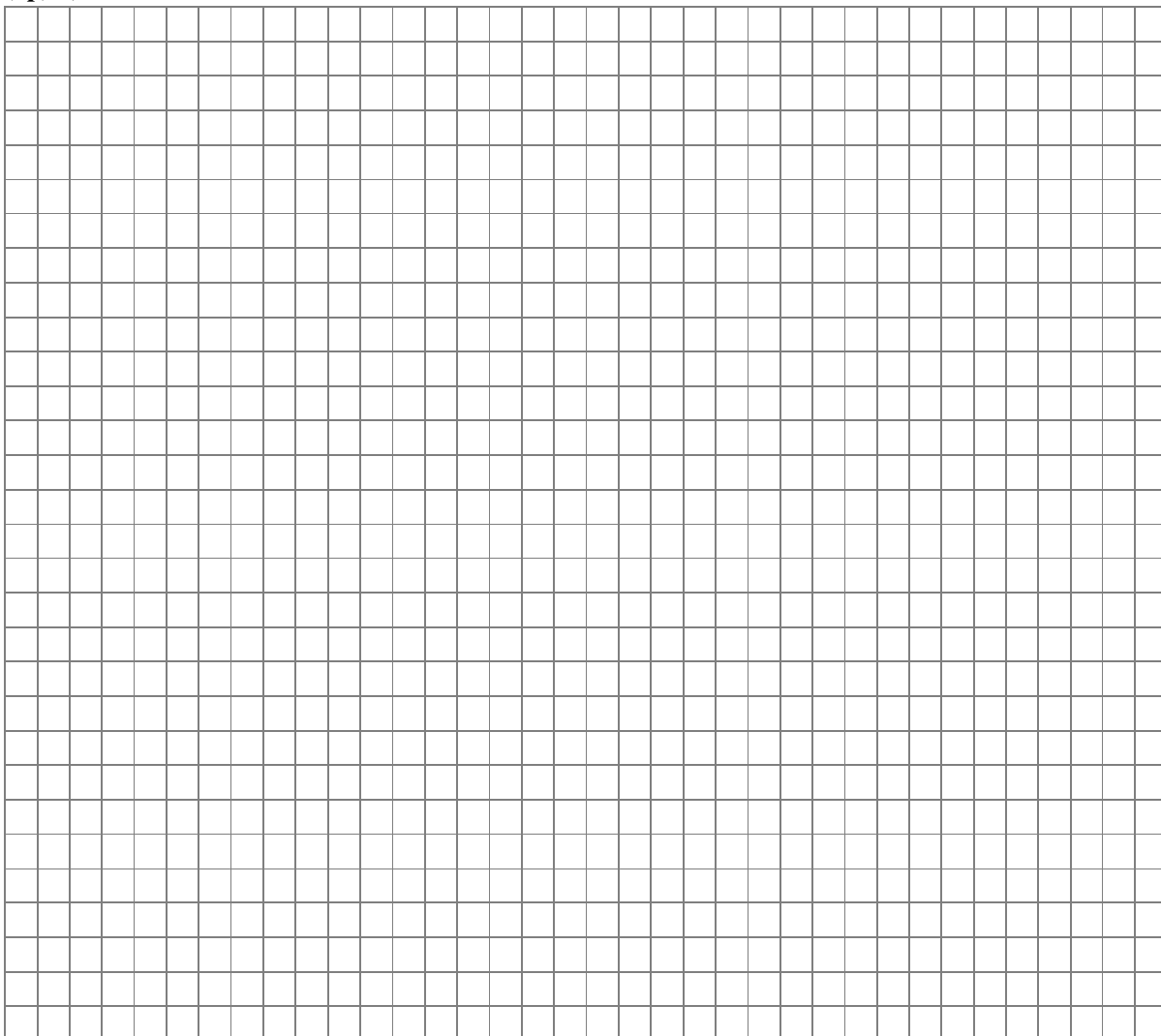
5p

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $BC = 10$ cm. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC și măsura unghiului ABD este egală cu 15° .

(2p) a) Determină măsura unghiului BCD .



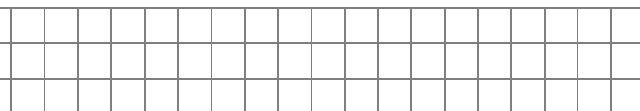
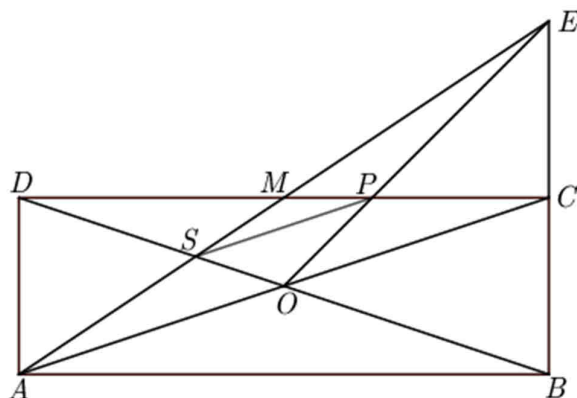
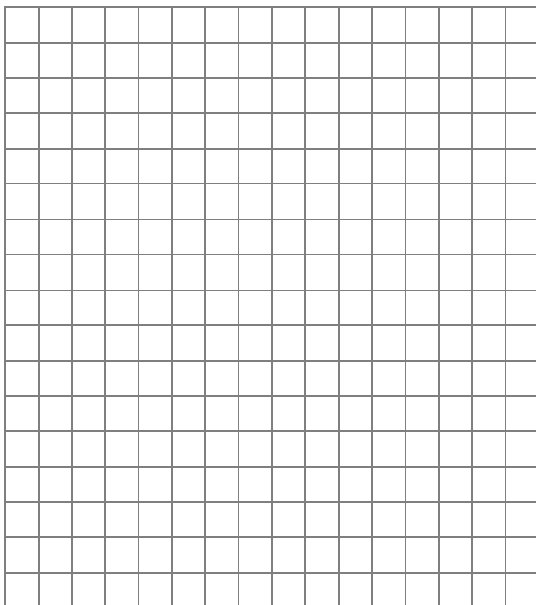
(3p) b) Arată că $AB - AD < 14$ cm.



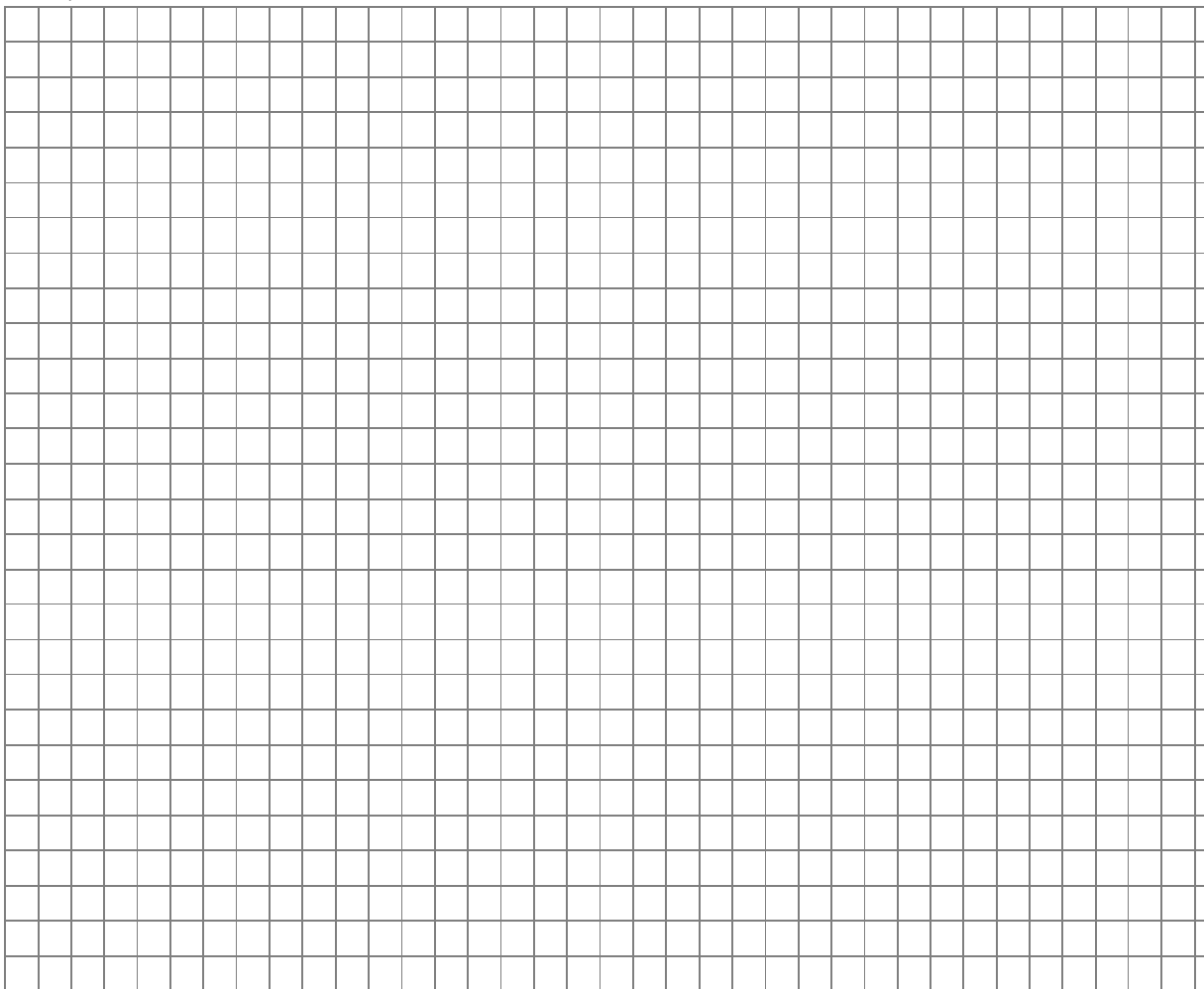
5p

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 9\sqrt{10}$ cm și $AC = 30$ cm. Dreptele AC și BD se intersectează în punctul O , iar punctul M este mijlocul segmentului CD . Dreptele BC și AM se intersectează în punctul E , iar dreptele OE și CD se intersectează în punctul P .

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu 270 cm^2 .



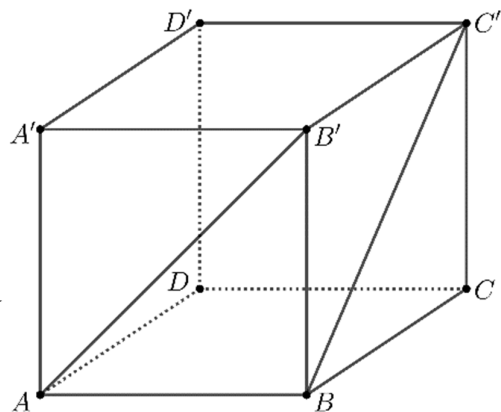
(3p) b) Arată că lungimea segmentului SP este egală cu 10 cm, unde S este punctul de intersecție a dreptelor AM și BD .



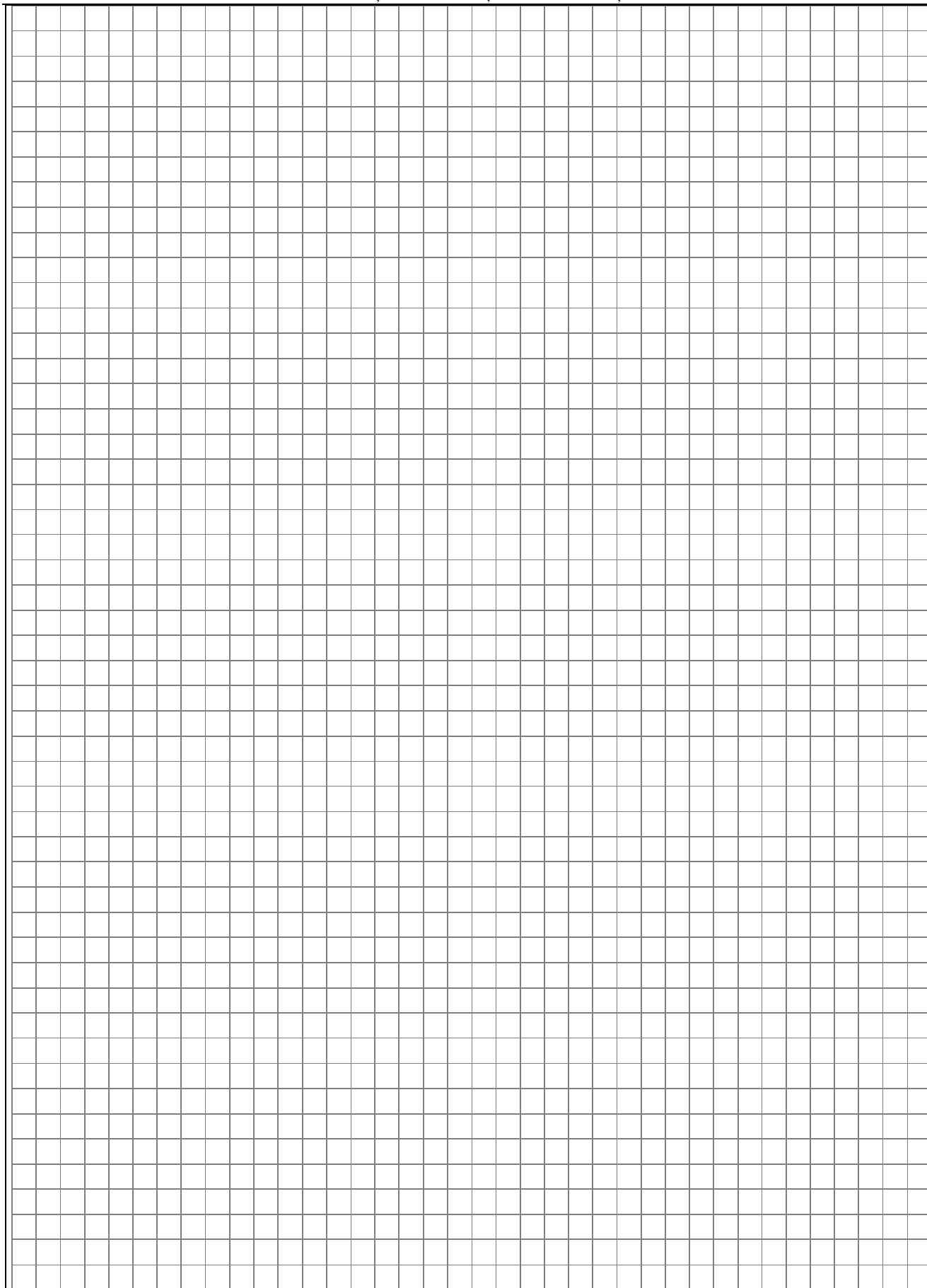
5p

6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 10\text{cm}$.

(2p) a) Arată că măsura unghiului dreptelor AB' și BC' este egală cu 60° .



(3p) b) Calculează distanța de la punctul C la planul (BDC') .



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022-2023

Varianța 1

Probă scrisă
Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	d)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Peste 2 ani vârsta Mariei va fi de $14 + 2 = 16$ ani, iar vârsta tatălui Mariei va fi de $40 + 2 = 42$ de ani	1p
	Cum $16 + 42 = 58 \neq 60$, deducem că nu este posibil ca peste 2 ani suma dintre vârsta Mariei și vârsta tatălui ei să fie egală cu 60 de ani	1p
	b) $14 + x = \frac{1}{2} \cdot (40 + x)$, unde x reprezintă numărul de ani care vor trece până când vârsta Mariei va fi jumătate din vârsta tatălui ei	1p
	$28 + 2x = 40 + x$ $x = 12$	1p 1p
2.	a) $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} = \frac{1+x+1}{(x+1)(x+2)} =$	1p
	$= \frac{x+2}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$ și $x \neq -1$	1p

	b) $E(x) = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{5(x+1)}{x+3} = \frac{5}{x+3}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq -2$ și $x \neq -1$ $\frac{5}{x+3} = \frac{x-3}{8}$, de unde obținem $x^2 = 49$ $x = -7$ sau $x = 7$, care convin, deci suma soluțiilor ecuației este egală cu 0	1p 1p 1p
3.	a) $f(4) = 1$ $f(6) = -1 \Rightarrow f(4) + f(6) = 0$ b) $A(5,0)$ și $B(0,5)$ În triunghiul dreptunghic AOB, $AB = \sqrt{AO^2 + OB^2} = 5\sqrt{2}$ $\mathcal{A}_{\Delta PAB} = \frac{d(P, AB) \cdot AB}{2} = \frac{AO \cdot PB}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20$, de unde obținem $d(P, AB) = 4\sqrt{2}$	1p 1p 1p 1p
4.	a) BD bisectoarea $\sphericalangle ABC \Rightarrow \sphericalangle ABC = 30^\circ$ $ABCD$ trapez, deci $\sphericalangle BCD = 150^\circ$ b) $CD \parallel AB$, BD secantă $\Rightarrow \sphericalangle CDB = \sphericalangle ABD$, deci $\triangle BCD$ este isoscel cu $CD = BC = 10$ cm $CE \perp AB$, $E \in AB \Rightarrow AECD$ dreptunghi, deci $AD = CE$, $AE = CD$ Triunghiul CEB este dreptunghic în E, $\sphericalangle CBE = 30^\circ \Rightarrow CE = \frac{BC}{2} = 5$ cm, $BE = 5\sqrt{3}$ cm, deci $AB - AD = (5 + 5\sqrt{3})$ cm Cum $5 + 5\sqrt{3} < 14 \Leftrightarrow 5\sqrt{3} < 9 \Leftrightarrow \sqrt{75} < \sqrt{81}$, obținem $AB - AD < 14$ cm	1p 1p 1p 1p 1p
5.	a) Triunghiul ABC este dreptunghic, deci $BC^2 = AC^2 - AB^2$, de unde obținem $BC = 3\sqrt{10}$ cm $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC = 9\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = 270$ cm² b) $\triangle MCE \equiv \triangle MDA$, de unde obținem $ME = MA$ CM și EO sunt mediane în triunghiul ACE, $CD \cap EO = \{P\}$, deci punctul P este centrul de greutate al triunghiului $ACE \Rightarrow \frac{MP}{MC} = \frac{1}{3}$ AM și DO sunt mediane în triunghiul ACD, $AM \cap DO = \{S\}$, deci punctul S este centrul de greutate al triunghiului $ACD \Rightarrow \frac{MS}{MA} = \frac{1}{3}$ $\frac{MP}{MC} = \frac{MS}{MA} = \frac{1}{3}$, $\sphericalangle SMP = \sphericalangle AMC \Rightarrow \triangle SMP \sim \triangle AMC \Rightarrow SP = \frac{1}{3} AC = 10$ cm	1p 1p 1p 1p 1p
6.	a) $AB' \parallel DC'$, deci $\sphericalangle (AB', BC') = \sphericalangle (DC', BC')$ Cum $BC' = DC' = DB$, obținem că triunghiul $BC'D$ este echilateral, deci $\sphericalangle (AB', BC') = \sphericalangle BC'D = 60^\circ$ b) $AC \cap BD = \{O\}$, $CC' \perp (ABC)$, $BD \subset (ABC)$, deci $BD \perp CC'$ și, cum $BD \perp AC$, obținem $CC' \cap AC = \{C\}$, deci $BD \perp (CC'O)$ $CP \perp C'O$, $P \in C'O$, $CP \subset (CC'O)$, deci $CP \perp BD$, $C'O \cap BD = \{O\}$, obținem $CP \perp (BDC')$, deci CP reprezintă distanța de la punctul C la planul (BDC') Triunghiul $C'CO$ este dreptunghic în $C \Rightarrow C'O = 5\sqrt{6}$ cm și $CP = \frac{CO \cdot CC'}{C'O} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm	1p 1p 1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $2 + 3 \cdot 5$ este egal cu: a) 1 b) 10 c) 17 d) 25
5p	2. Dacă $\frac{1}{2} = \frac{a}{3}$, atunci numărul a este egal cu: a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$ d) 6
5p	3. Produsul numerelor -2 și 7 este egal cu: a) -14 b) -5 c) 5 d) 14
5p	4. Scris sub formă de fracție ordinară, numărul $2,3$ este egal cu: a) $\frac{23}{9}$ b) $\frac{23}{10}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{23}{100}$

5p

5. În tabelul de mai jos sunt prezentate informații referitoare la rezultatele obținute de elevii unei clase la un test de matematică.

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	2	1	3	8	6	4	1

Conform informațiilor din tabel, numărul de elevi care au obținut note mai mari sau egale cu 8, la acest test, este egal cu:

a) 5

b) 6

c) 11

d) 14

5p

6. Se consideră numerele reale $a = 2\sqrt{3}$ și $b = 3\sqrt{2}$. Radu afirmă că: „Numărul a este mai mic decât numărul b .” Afirmatia lui Radu este:

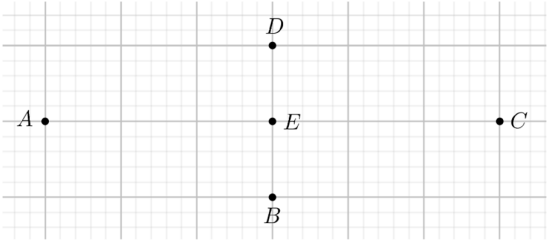
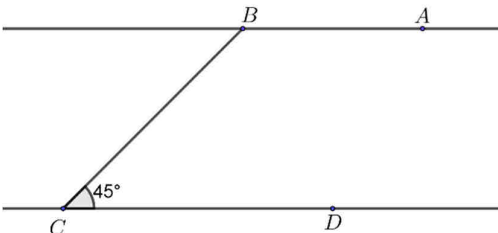
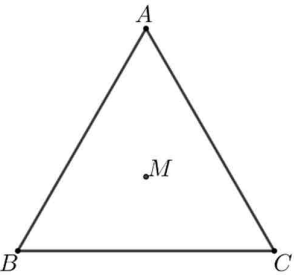
a) adevărată

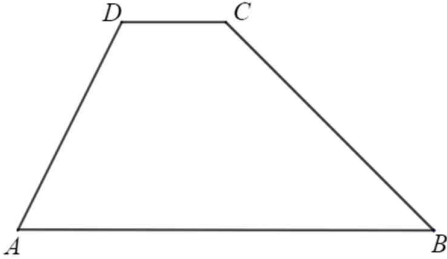
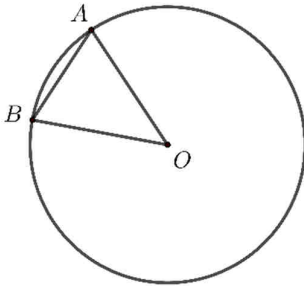
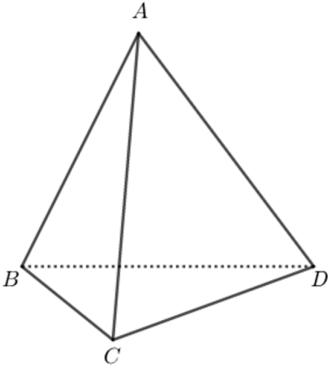
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D și E. Simetricul punctului B față de punctul E este punctul: a) A b) B c) C d) D 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele AB și CD, cu punctele A și D de aceeași parte a dreptei BC. Măsura unghiului BCD este egală cu 45°. Măsura unghiului ABC este egală cu: a) 45° b) 75° c) 135° d) 145° 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC, cu lungimea laturii de 12cm. Punctul M se află în interiorul triunghiului ABC, la distanțe egale de laturile triunghiului. Distanța de la punctul M la dreapta BC este egală cu: a) $4\sqrt{3}$ cm b) 6 cm c) 4 cm d) $2\sqrt{3}$ cm 

5p	4. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $CD = 20$ cm și $AB = 4 \cdot CD$. Lungimea liniei mijlocii a acestui trapez este egală cu: a) 30 cm b) 50 cm c) 80 cm d) 100 cm 
5p	5. În figura alăturată, punctele A și B aparțin cercului de centru O. Măsura arcului mic AB este egală cu 46°. Măsura unghiului BAO este egală cu: a) 23° b) 46° c) 67° d) 134° 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ cu $AB = 6$ cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestui tetraedru este egală cu: a) 18 cm b) 24 cm c) 30 cm d) 36 cm 

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

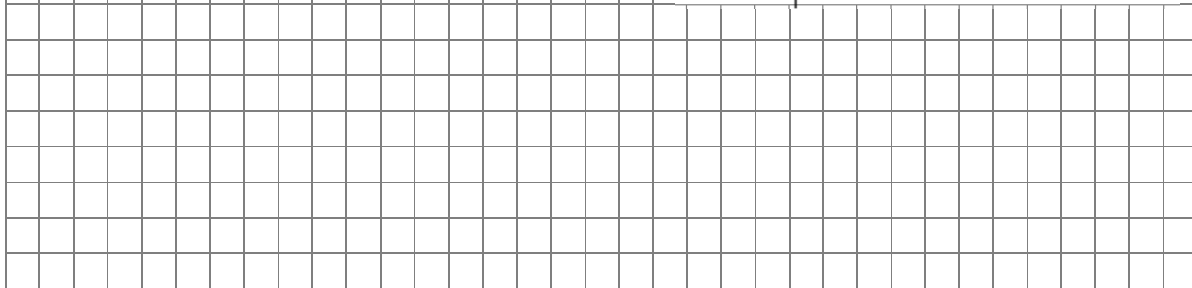
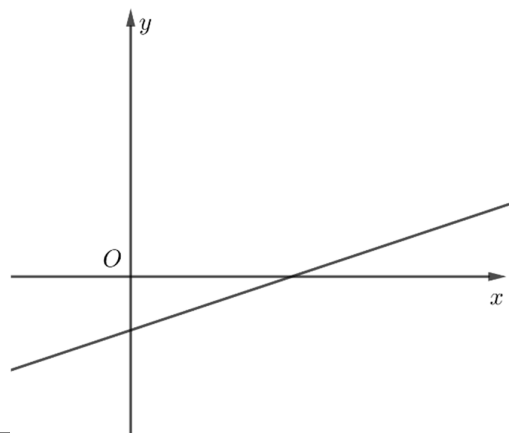
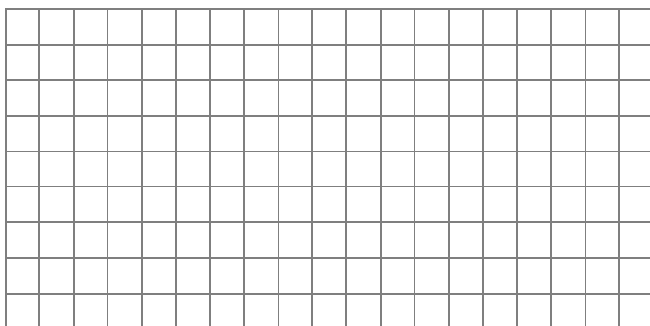
(30 de puncte)

5p	1. La ora de geometrie, fiecare dintre cei 25 de elevi ai unei clase a desenat pe caiet fie un triunghi, fie un patrulater. (2p) a) Este posibil ca exact 7 elevi să fi desenat câte un triunghi și numărul total de laturi desenate de cei 25 de elevi să fie egal cu 90? Justifică răspunsul dat.
------------------	---

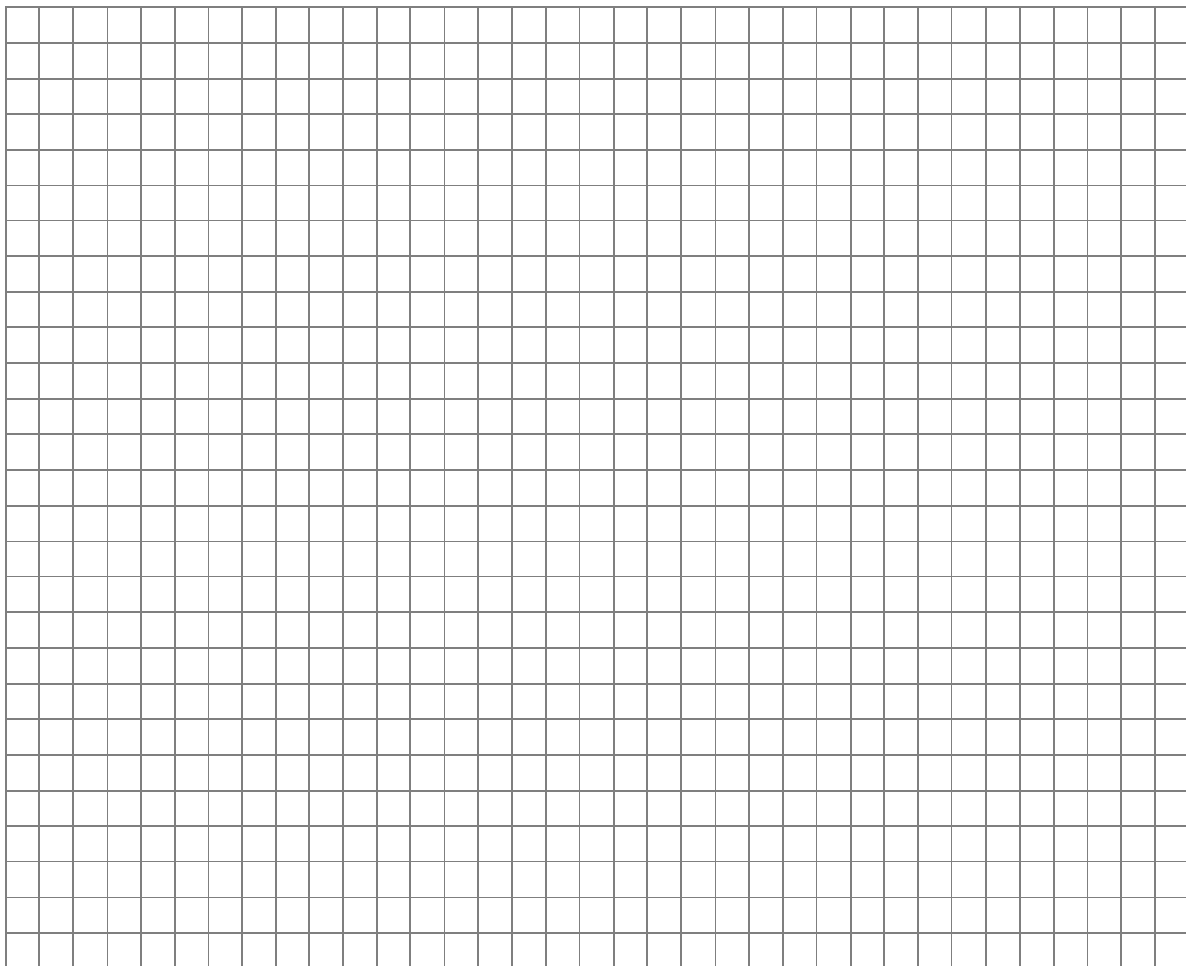
5p

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{3} - 1$.

(2p) a) Arată că $f(3) + f(9) = 2$.

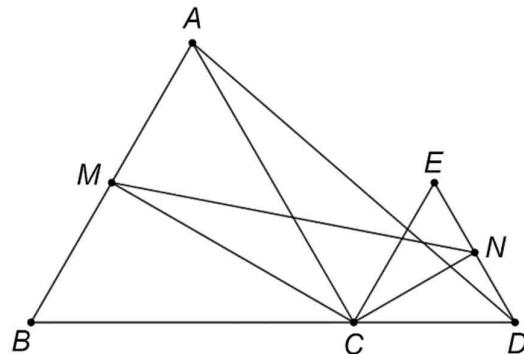
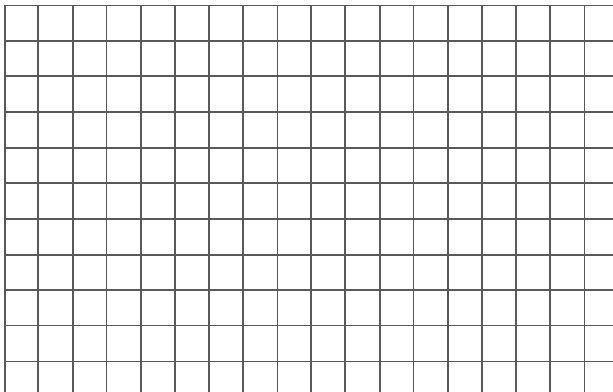


(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele M , respectiv N . Calculează distanța de la punctul O la reprezentarea geometrică a graficului funcției f .

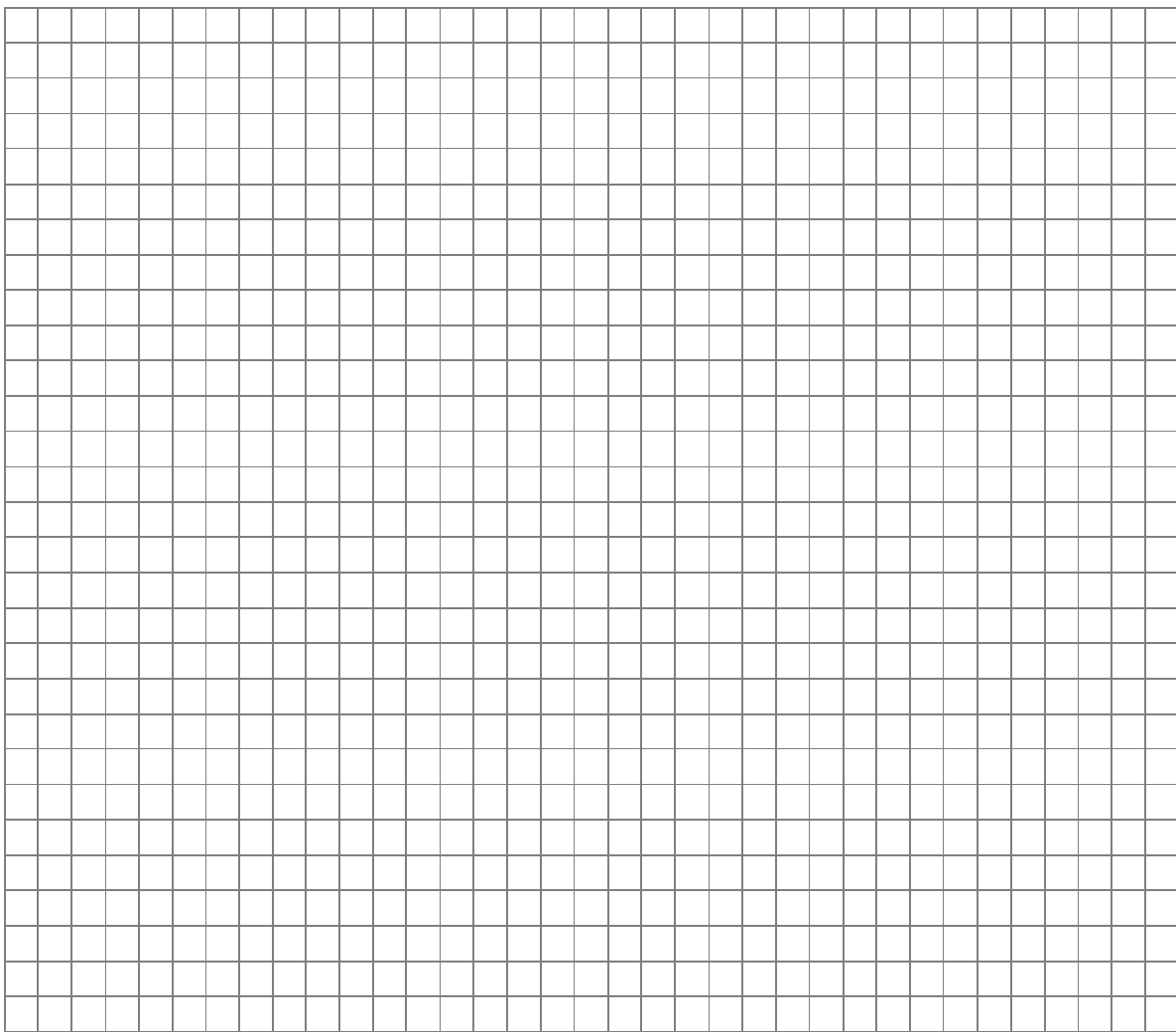


- 5p** 4. În figura alăturată sunt reprezentate triunghiurile echilaterale ABC și CDE , cu $AB = 8\text{ cm}$, $CD = 4\text{ cm}$, iar punctele B , C și D sunt coliniare, în această ordine. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv DE .

(2p) a) Arată că $CM = 2 \cdot CN$.



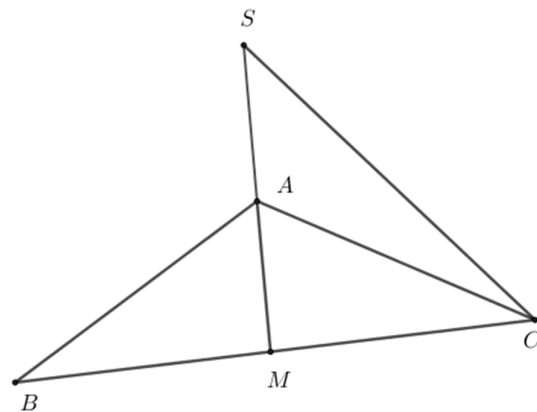
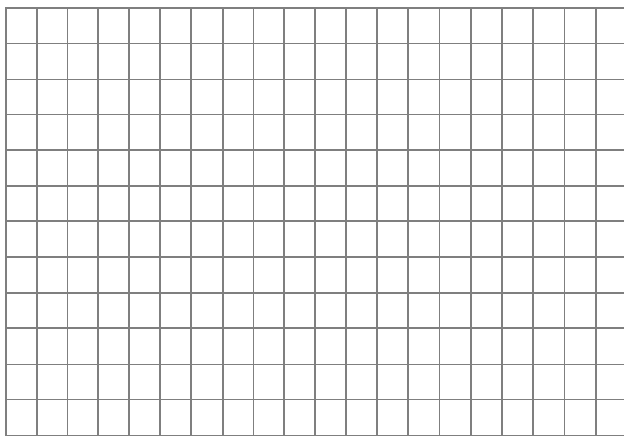
(3p) b) Aria triunghiului MCN reprezintă $p\%$ din aria triunghiului ACD . Determină valoarea lui p .



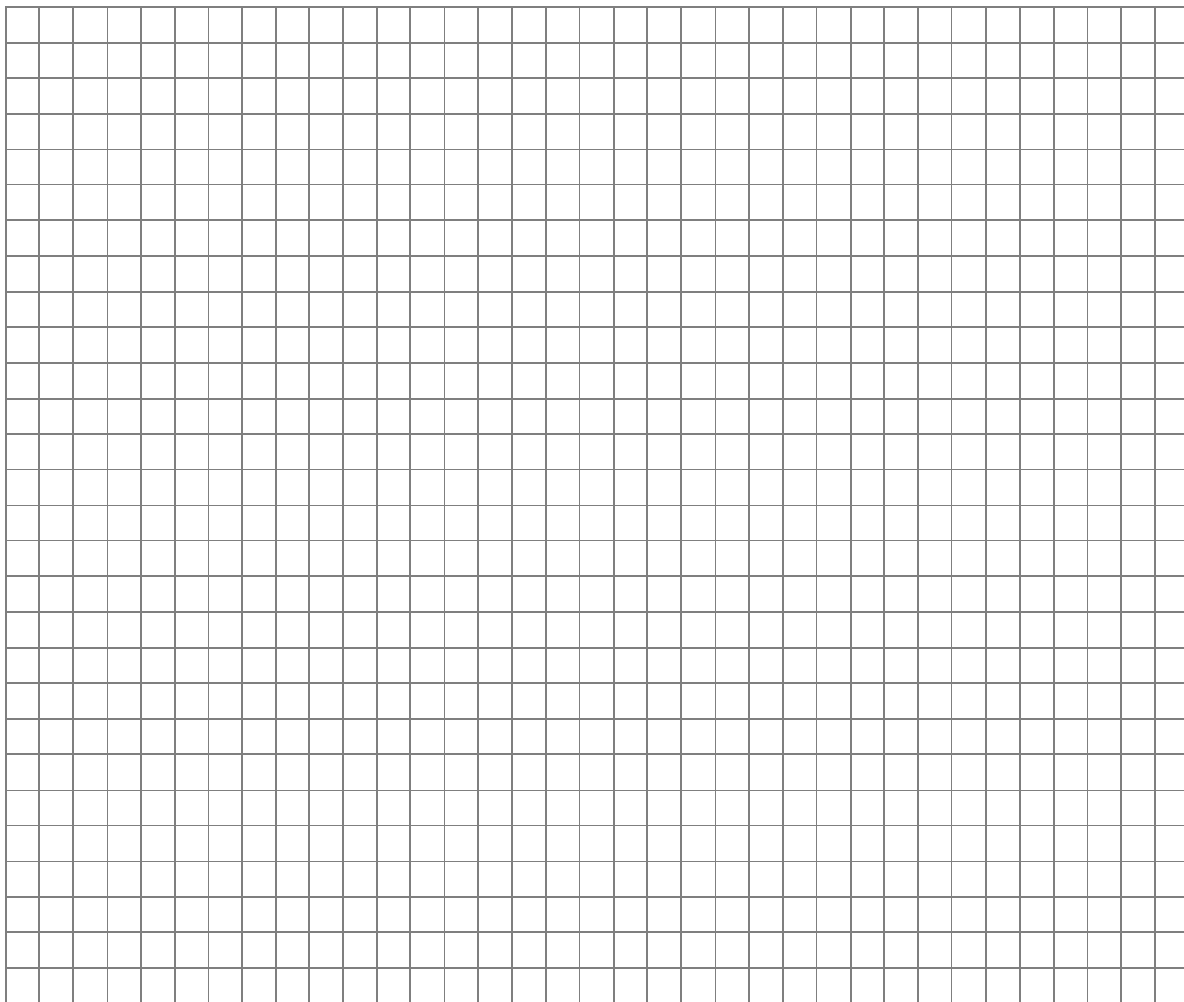
5p

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu $AB = AC = 10$ cm și $\angle BAC = 120^\circ$. Punctul M este mijlocul segmentului BC și punctul S este simetricul punctului M față de punctul A .

(2p) a) Arată că $BC = 10\sqrt{3}$ cm.



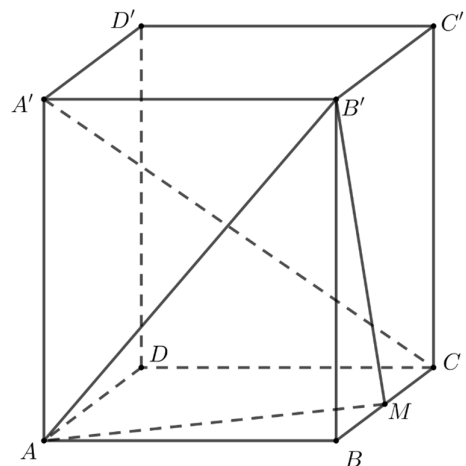
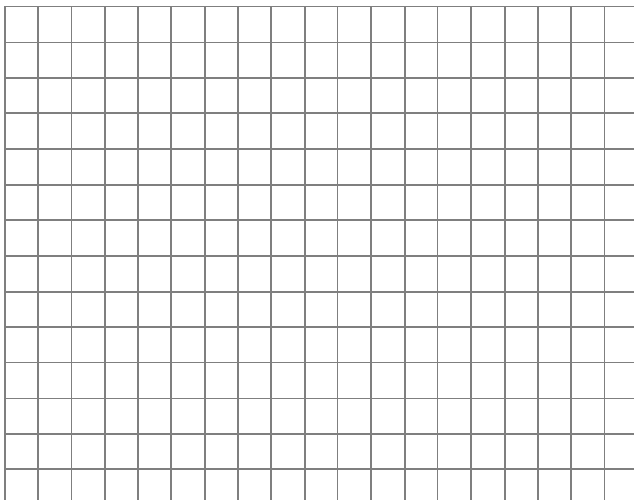
(3p) b) Demonstrează că distanța de la punctul M la dreapta SC este mai mică decât 7 cm.



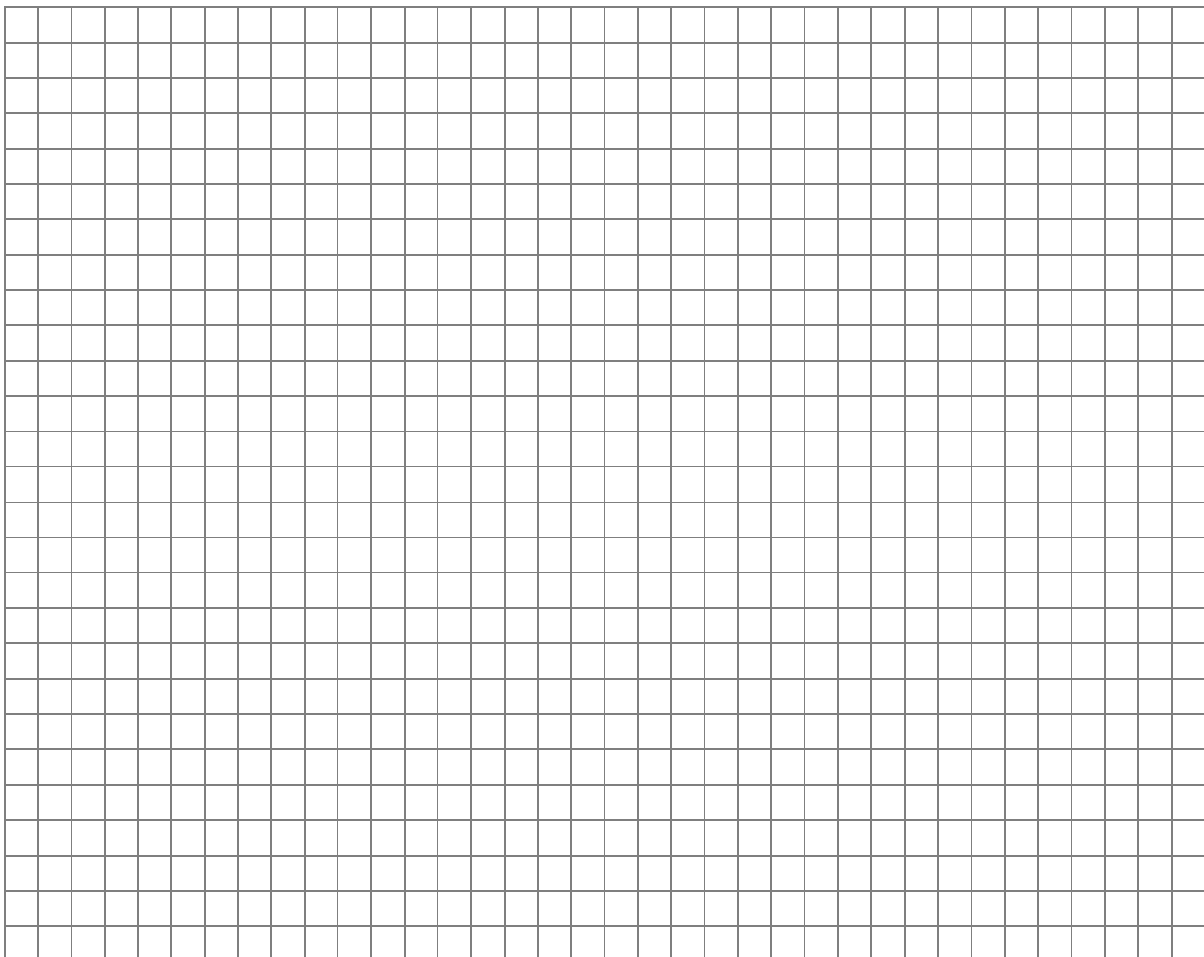
5p

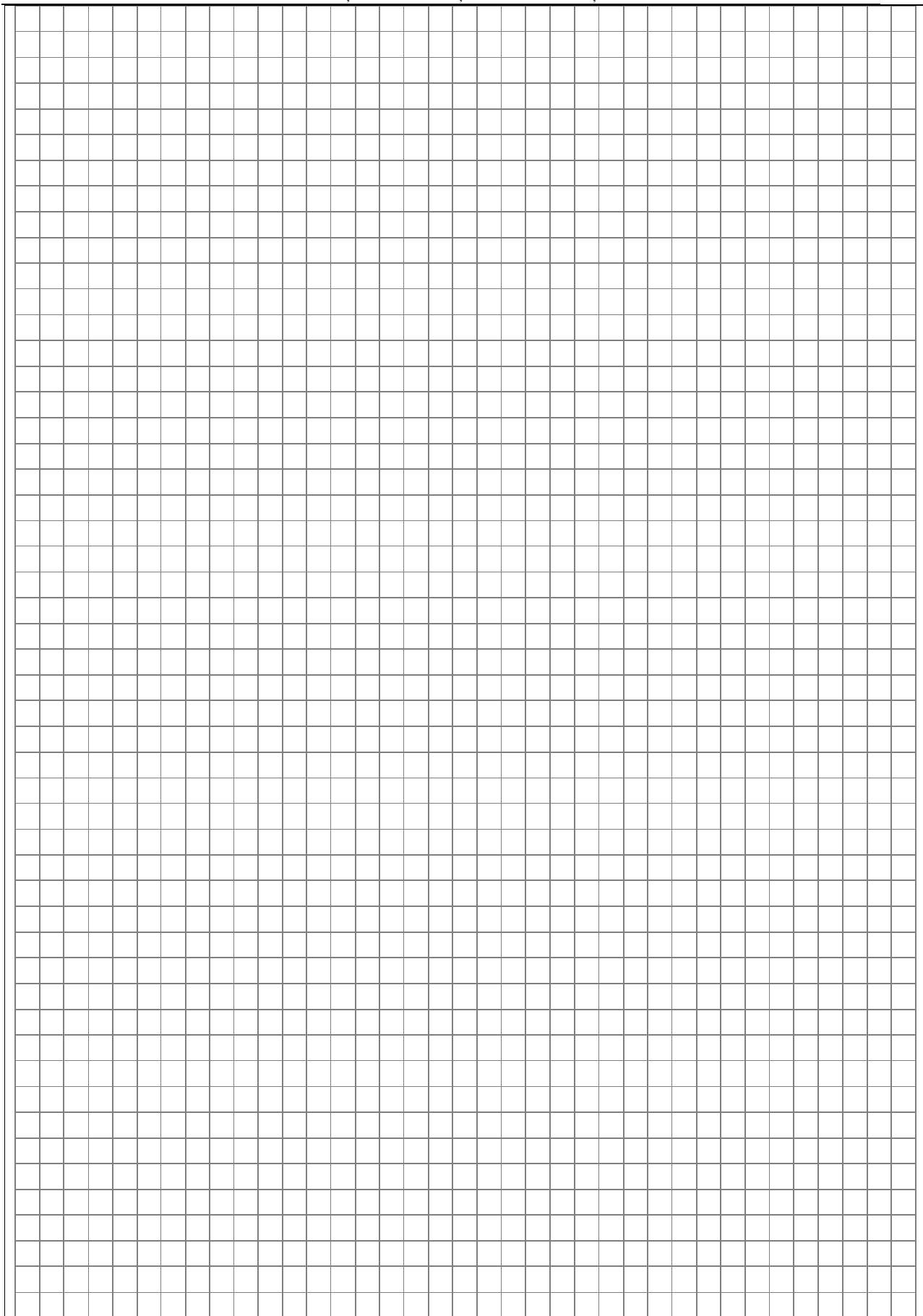
6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$, cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm, $BC = 2$ cm și $AA' = 4$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului BC .

(2p) a) Arată că volumul paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este egal cu $16\sqrt{3}$ cm³.



(3p) b) Demonstrează că dreapta $A'C$ este paralelă cu planul (MAB') .





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022 - 2023
Matematică

Variantă 5

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Triunghiurile desenate de cei 7 elevi ar avea $7 \cdot 3 = 21$ de laturi Patruleterele desenate ar avea $(25 - 7) \cdot 4 = 72$ de laturi, $72 + 21 = 93$ și, cum $93 \neq 90$, obținem că nu este posibil ca 7 elevi să deseneze câte un triunghi	1p 1p
	b) $a + b = 25$, unde a reprezintă numărul de elevi care au desenat câte un triunghi și b reprezintă numărul de elevi care au desenat câte un patrulater $3a + 4b = 91$ $b = 16$	1p 1p 1p
	2. a) $(x+1)(x+2) = x^2 + 2x + x + 2 =$ $= x^2 + 3x + 2$, pentru orice număr real x	1p 1p
	b) $E(x) = \frac{x^2 + 3x + 2 + 2x^2 + 4x - 3x^2 - 3x}{x(x+1)(x+2)} : \frac{2x+1}{(x+1)(x+2)} =$ $= \frac{2(2x+1)}{x(x+1)(x+2)} \cdot \frac{(x+1)(x+2)}{2x+1} = \frac{2}{x}$, unde x este număr real, $x \neq 0$, $x \neq -1$, $x \neq -2$ și $x \neq -\frac{1}{2}$	1p 1p

	Dacă n este număr natural par, nenul, atunci numărul $N = \frac{1}{E(n)} = \frac{n}{2}$ este natural	1p
3.	a) $f(3) = 0$ $f(9) = 2 \Rightarrow f(3) + f(9) = 2$	1p 1p
	b) $M(3,0)$ și $N(0,-1)$ Triunghiul MON este dreptunghic în O , deci $MN = \sqrt{10}$	1p 1p
	$OP \perp MN$, unde $P \in MN$, $OP = \frac{OM \cdot ON}{MN} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$	1p
4.	a) CM este înălțime în triunghiul echilateral $ABC \Rightarrow CM = 4\sqrt{3}$ cm CN este înălțime în triunghiul echilateral $CDE \Rightarrow CN = 2\sqrt{3}$ cm, deci $CM = 2 \cdot CN$	1p 1p
	b) CM și CN sunt bisectoare în triunghiurile echilaterale ABC , respectiv CDE , deci $\sphericalangle BCM = \sphericalangle DCN = 30^\circ$, de unde obținem $\sphericalangle MCN = 120^\circ$	1p
	$\sphericalangle ACD = 120^\circ$, deci $\sphericalangle MCN \equiv \sphericalangle ACD$ și, cum $\frac{CM}{AC} = \frac{CN}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle MCN \sim \triangle ACD$	1p
	$\frac{\mathcal{A}_{MCN}}{\mathcal{A}_{ACD}} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\% \Rightarrow p = 75$	1p
5.	a) Triunghiul ABC este isoscel, AM mediană, deci AM este înălțime și bisectoare Triunghiul AMC este dreptunghic în M , $\sin(\sphericalangle CAM) = \frac{CM}{AC}$, de unde obținem $CM = 5\sqrt{3}$ cm, deci $BC = 10\sqrt{3}$ cm	1p 1p
	b) Triunghiul SMC este dreptunghic în M , $SC^2 = MC^2 + MS^2$, deci $SC = 5\sqrt{7}$ cm $MT \perp CS$, unde $T \in SC$, deci $d(M, SC) = MT = \frac{SM \cdot MC}{SC} = \frac{10\sqrt{21}}{7}$ cm	1p 1p
	Cum $\frac{10\sqrt{21}}{7} < 7 \Leftrightarrow 10\sqrt{21} < 49 \Leftrightarrow 2100 < 2401$, obținem $MT < 7$ cm	1p
6.	a) $\mathcal{V} = AB \cdot BC \cdot AA' =$ $= 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot 4 = 16\sqrt{3}$ cm ³	1p 1p
	b) $ABB'A'$ este dreptunghi, $A'B \cap AB' = \{O\}$, deci O este mijlocul segmentului $A'B$ În triunghiul $A'BC$, OM este linie mijlocie, de unde $OM \parallel A'C$	1p 1p
	$OM \subset (AMB')$, deci $A'C \parallel (AMB')$	1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

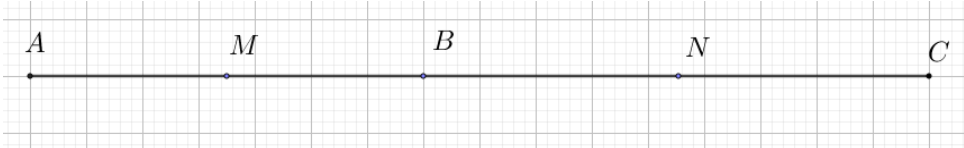
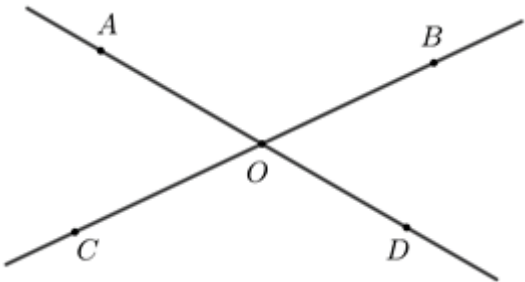
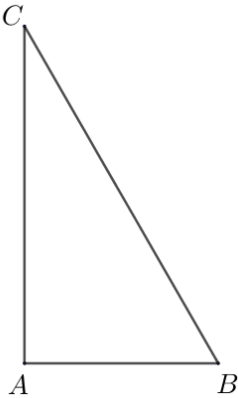
5p	1. Rezultatul calculului $64 - 56 : 8$ este egal cu: a) 0 b) 1 c) 56 d) 57														
5p	2. Știind că $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$, atunci rezultatul calculului $4a - 3b$ este egal cu: a) 0 b) 1 c) 7 d) 12														
5p	3. Suma numerelor întregi din intervalul $[-2022, 2022]$ este egală cu: a) -2022 b) -2021 c) 0 d) 2022														
5p	4. În tabelul de mai jos este prezentată situația notelor obținute de elevii claselor a VIII-a dintr-o școală, la un test de matematică: <table><tr><td>Nota</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>Numărul elevilor</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>12</td><td>6</td></tr></table> Media notelor obținute de elevii claselor a VIII-a din această școală la testul de matematică este egală cu: a) 6,00 b) 7,60 c) 7,90 d) 8,60	Nota	5	6	7	8	9	10	Numărul elevilor	6	9	12	15	12	6
Nota	5	6	7	8	9	10									
Numărul elevilor	6	9	12	15	12	6									

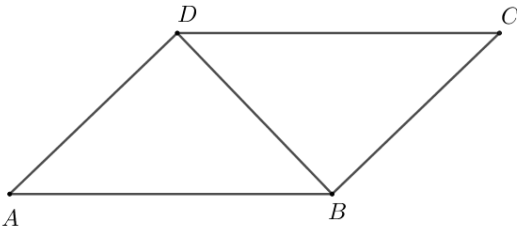
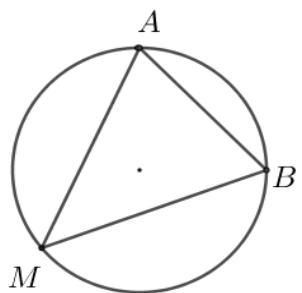
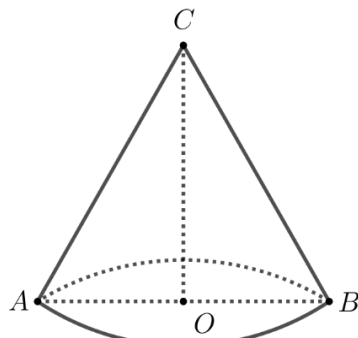
5p	5. Patru elevi, Ioana, Mara, Petrică și Ștefan, au calculat produsul numerelor $a = \left \sqrt{2} - \sqrt{3} \right$ și $b = \left \sqrt{3} + \sqrt{2} \right$, iar rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Ioana</td><td>Mara</td><td>Petrică</td><td>Ștefan</td></tr><tr><td>-1</td><td>$5 - 2\sqrt{6}$</td><td>1</td><td>$5 + 2\sqrt{6}$</td></tr></table> Conform informațiilor din tabel, rezultatul corect a fost obținut de: a) Ioana b) Mara c) Petrică d) Ștefan	Ioana	Mara	Petrică	Ștefan	-1	$5 - 2\sqrt{6}$	1	$5 + 2\sqrt{6}$
Ioana	Mara	Petrică	Ștefan						
-1	$5 - 2\sqrt{6}$	1	$5 + 2\sqrt{6}$						
5p	6. O mașină se deplasează în intervalul orar 12:56–14:26 cu o viteză medie de 80 km/h . Mihai afirmă că, în acest interval de timp, mașina a parcurs o distanță egală cu 200 km . Afirmarea lui Mihai este: a) adevărată b) falsă								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată punctele A, B și C sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 7\text{ cm}$ și $BC = 9\text{ cm}$. Știind că punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N este mijlocul segmentului BC, lungimea segmentului MN este egală cu: a) 8 cm b) 11,5 cm c) 12,5 cm d) 16 cm 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOC și BOD. Măsura unghiului AOB este egală cu 120°. Măsura unghiului BOD este egală cu: a) 30° b) 60° c) 90° d) 120° 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC = 6\text{ cm}$ și măsura unghiului B este egală cu 60°. Lungimea segmentului AB este egală cu: a) $2\sqrt{3}\text{ cm}$ b) 3 cm c) $3\sqrt{2}\text{ cm}$ d) $3\sqrt{3}\text{ cm}$ 

5p	4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AD = BD$ și cu măsura unghiului DAB este egală cu 45°. Măsura unghiului CBD este egală cu: a) 135° b) 90° c) 60° d) 45° 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul AMB, cu $AB = 8\sqrt{2}$ cm, înscris într-un cerc care are raza egală cu 8 cm. Măsura unghiului AMB este egală cu: a) 15° b) 30° c) 45° d) 60° 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept care are secțiunea axială un triunghi echilateral cu înălțimea egală cu 6 cm. Generatoarea conului are lungimea egală cu: a) $2\sqrt{3}$ cm b) $4\sqrt{3}$ cm c) 6 cm d) 12 cm 

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Un excursionist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi a parcurs 30% din lungimea traseului, în a doua zi o treime din distanța parcursă în prima zi, iar în a treia zi a parcurs restul de 72 km. (2p) a) Este posibil ca distanța parcursă de excursionist în a doua zi să reprezinte o pătrime din lungimea întregului traseu? Justifică răspunsul dat.
----	---

(3p) b) Determină lungimea traseului parcurs de excursionist în cele trei zile.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total area of 400 small squares. The margins are consistent on all sides.

5p

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} \right) : \frac{x^2+4}{x^2-x-2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x+1}{x+2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

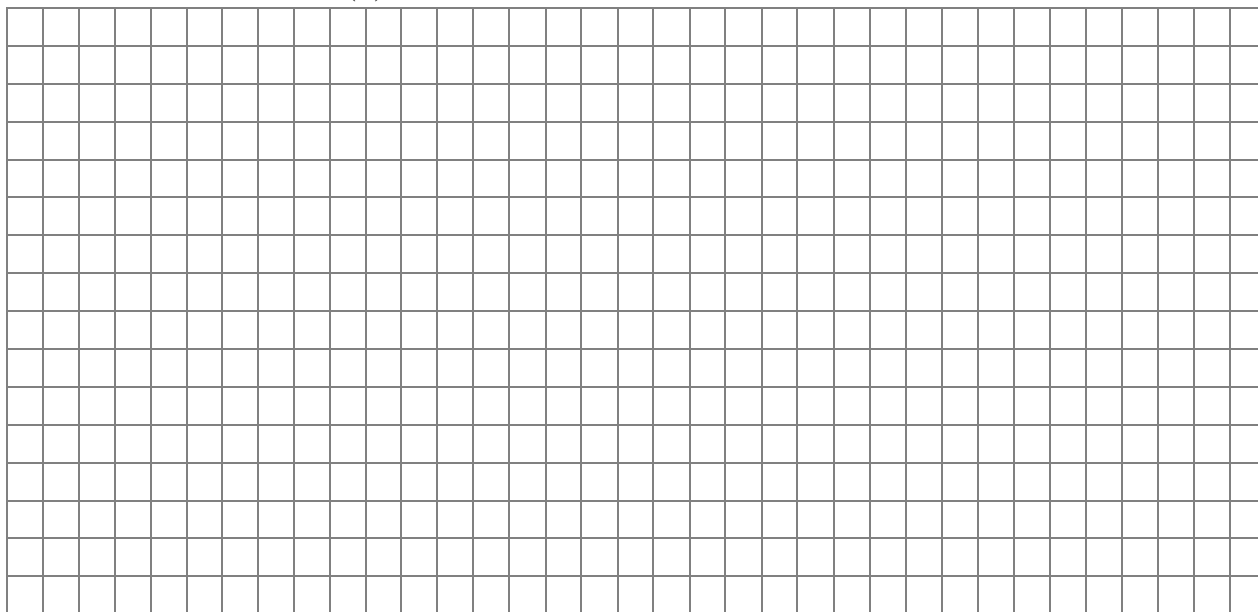
A large grid of graph paper with 20 columns and 10 rows. The grid is composed of small squares, with a slightly larger margin on the left side for writing.

(3p) b) Determină numerele întregi a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.

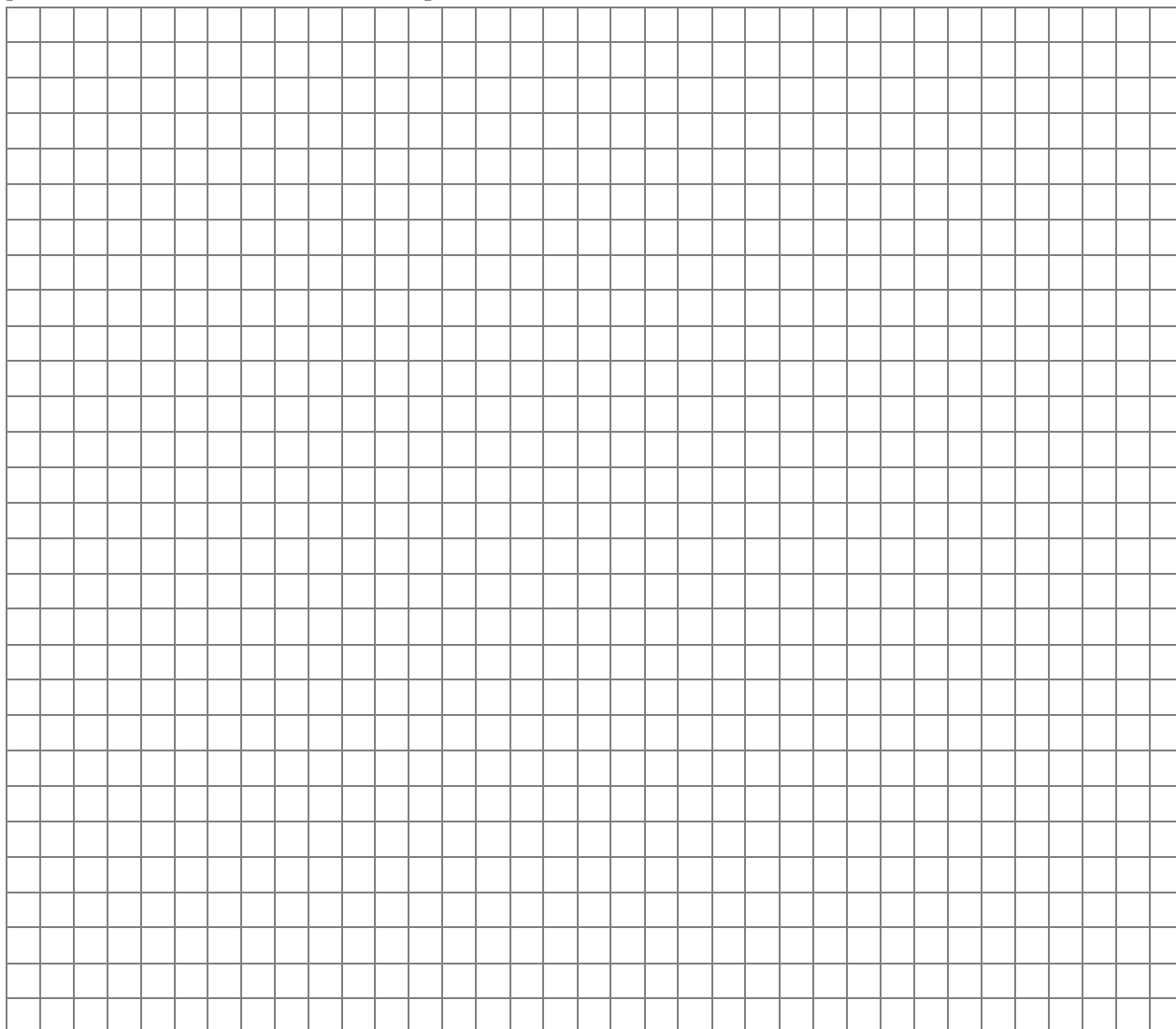
A full-page sheet of white graph paper featuring a light gray grid. The grid consists of small, equal-sized squares arranged in a continuous pattern across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the page.

5p 3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

(2p) a) Rezolvă ecuația $3 \cdot f(x) = -4 - 2x$.

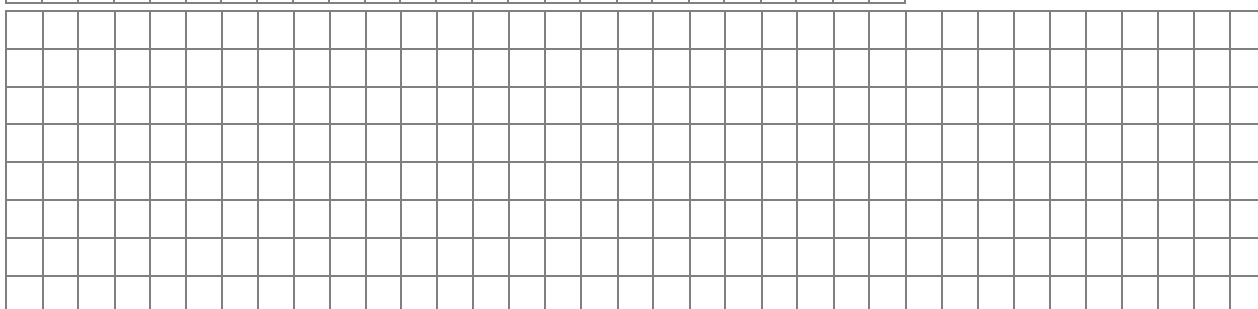
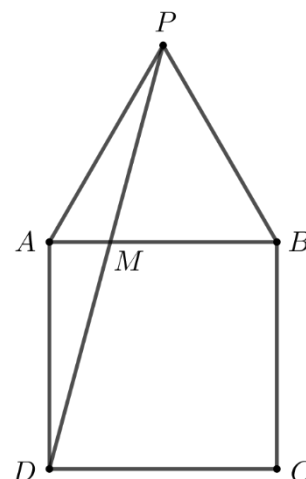
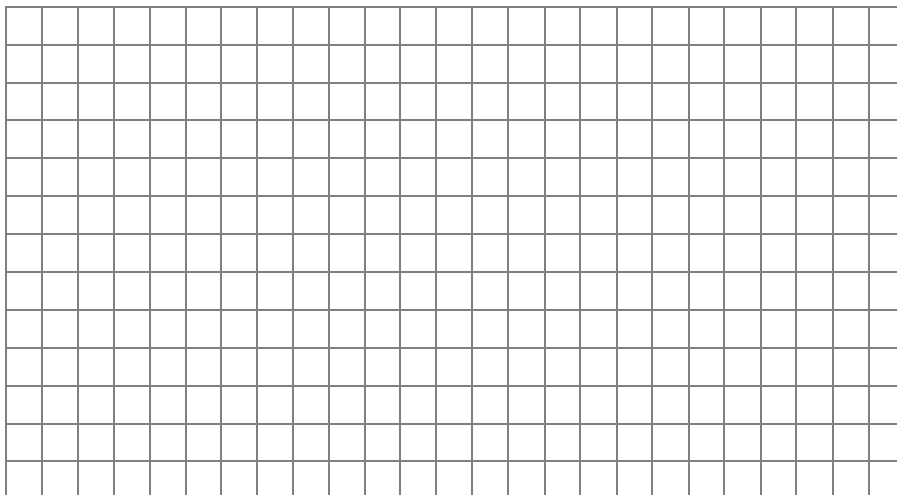


(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy , iar punctul C este simetricul punctului A față de punctul B , determină coordonatele punctului C .

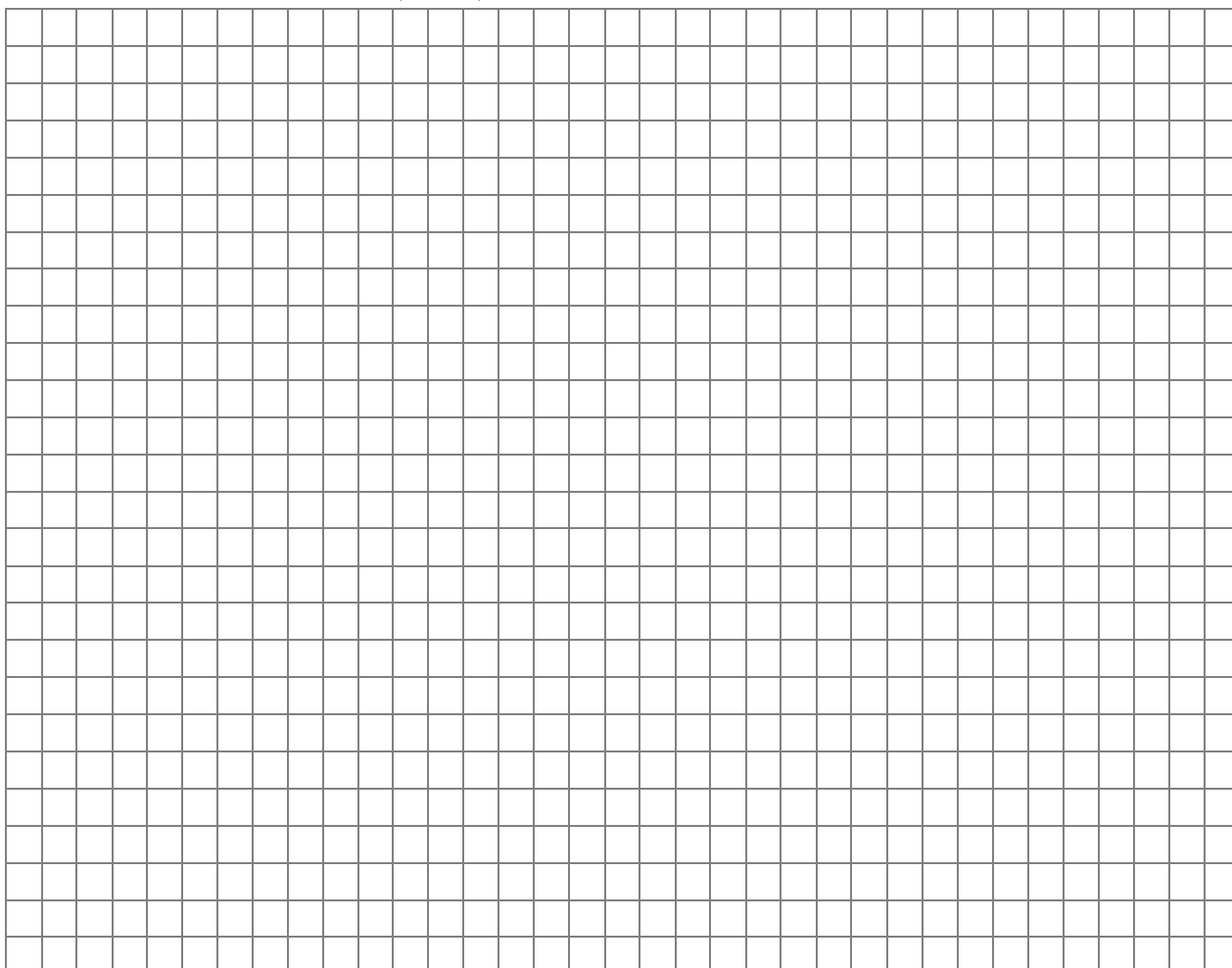


5p 4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu $AB = 4\text{cm}$ și triunghiul echilateral ABP .

(2p) a) Arată că măsura unghiului DPB este egală cu 45° .

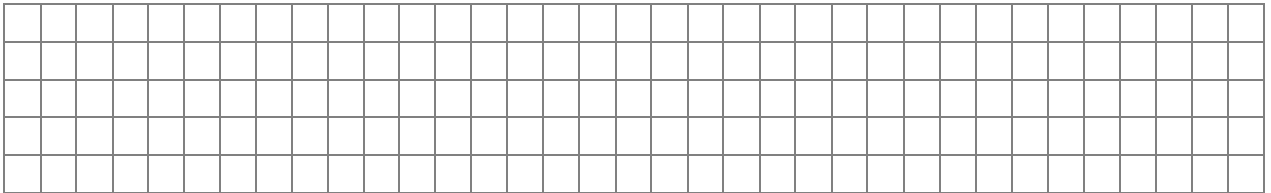
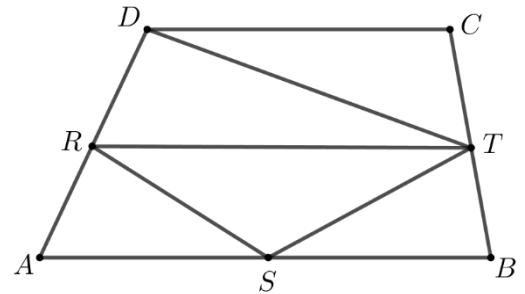
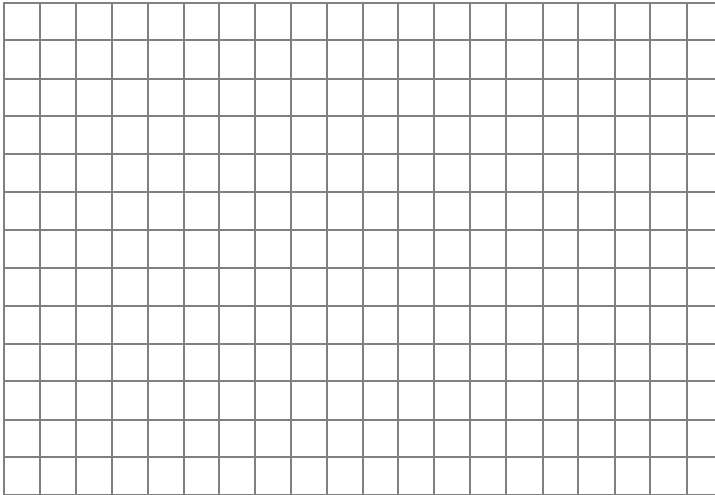


(3p) b) Demonstrează că $AM = 4(2 - \sqrt{3})\text{cm}$, unde $\{M\} = AB \cap PD$.

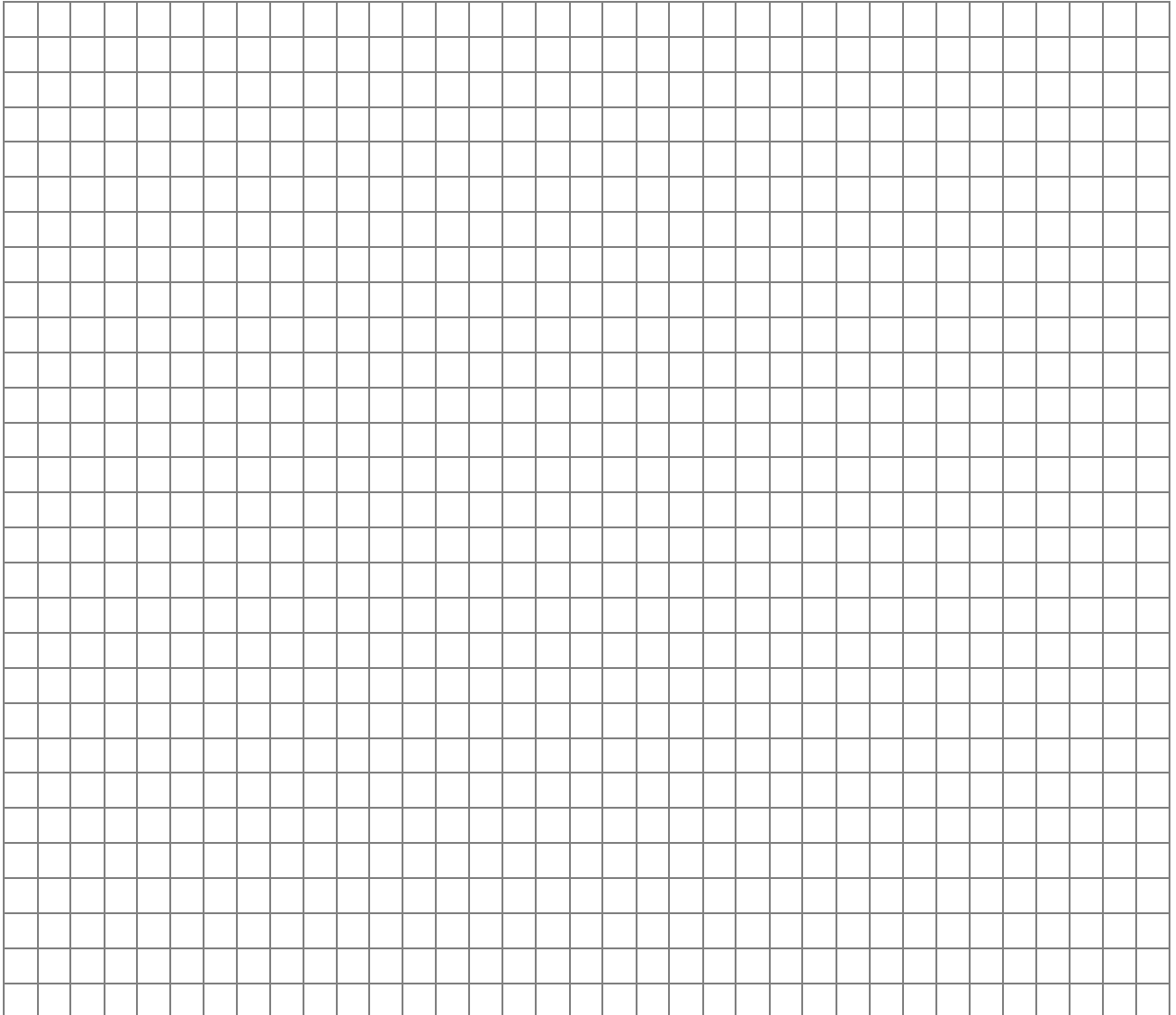


- 5p** 5. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 6$ cm și $CD = 4$ cm. Punctele R , S și T sunt mijloacele laturilor AD , AB , respectiv BC .

(2p) **a)** Arată că lungimea segmentului RT este egală cu 5 cm.

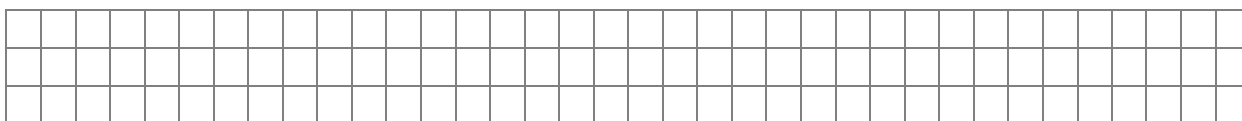
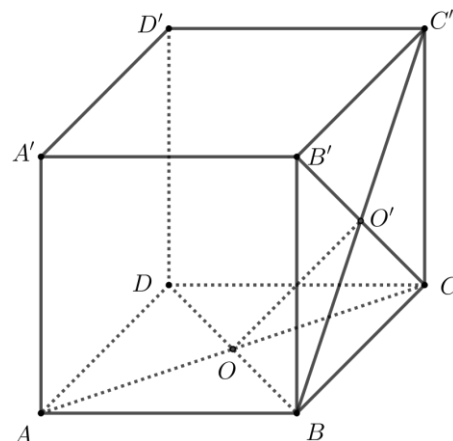
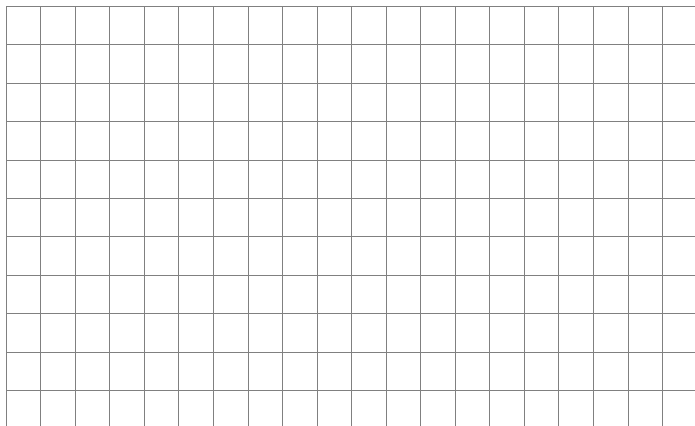


(3p) **b)** Arată că aria patrulaterului $DRST$ este egală cu jumătate din aria trapezului $ABCD$.

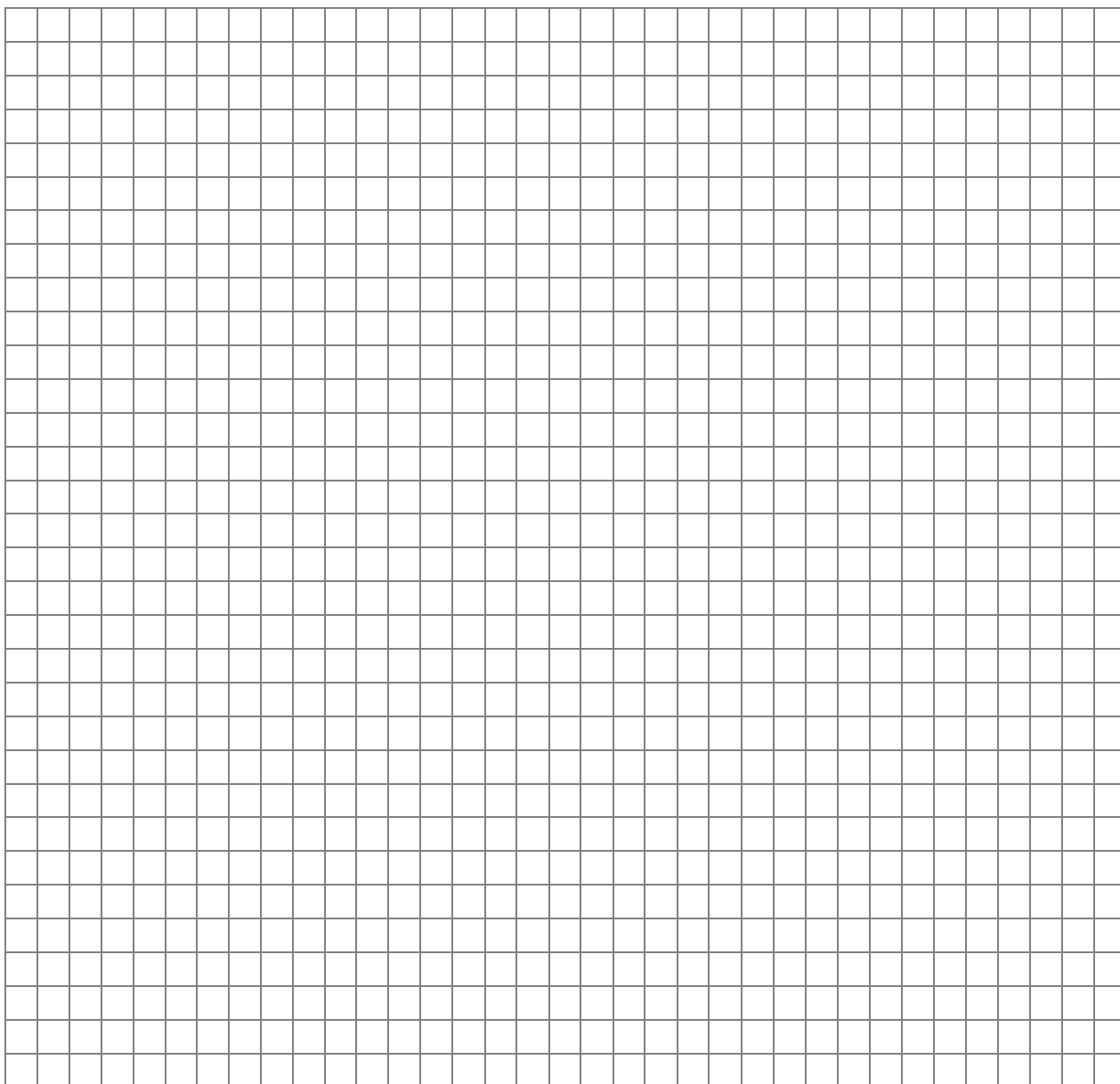


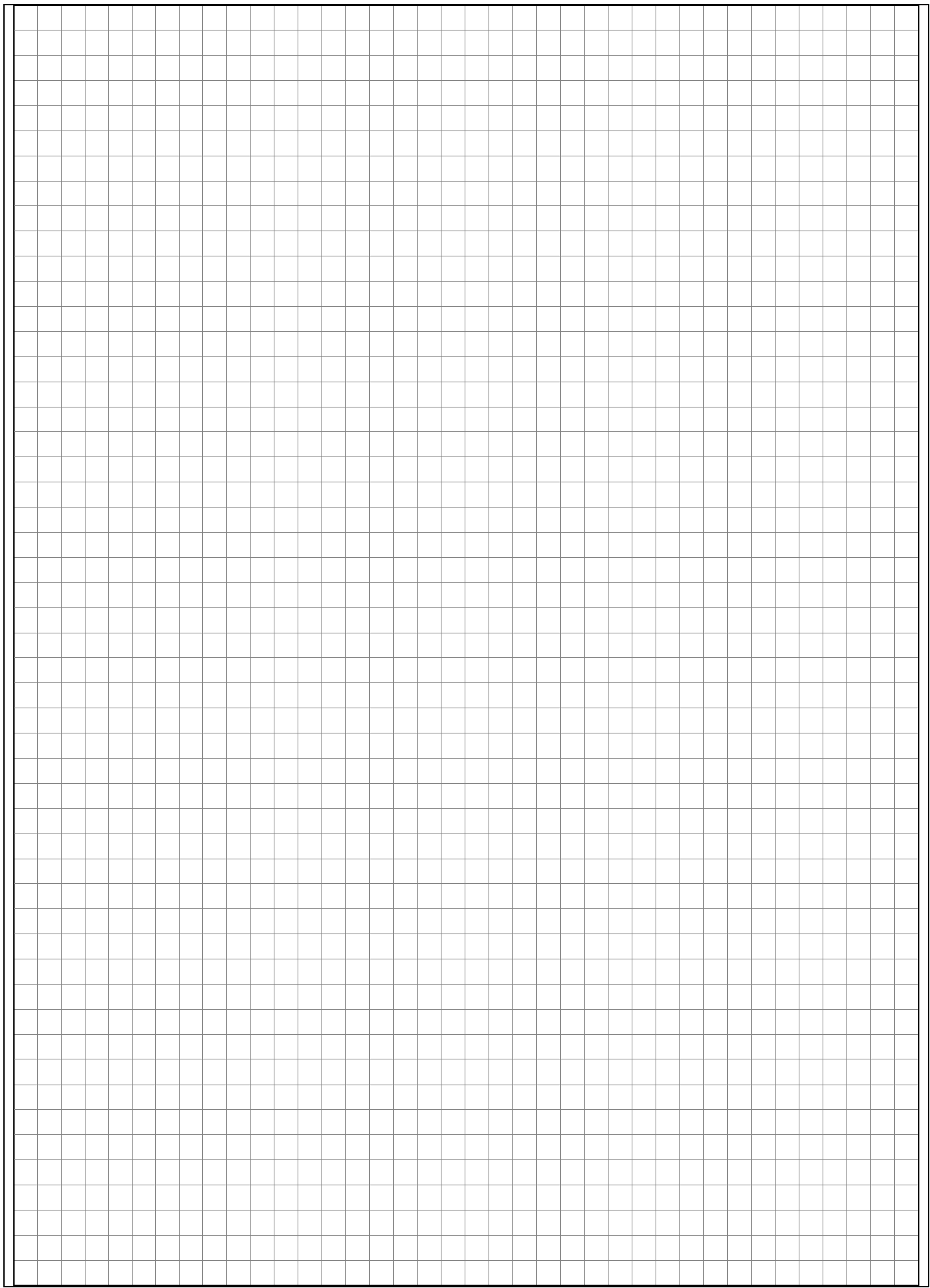
5p 6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $D'C' = 6 \text{ cm}$.

(2p) a) Arată că volumul cubului $ABCD A' B' C' D'$ este egal cu 216 cm^3 .



(3p) b) Demonstrează că dreapta OO' este perpendiculară pe planul $(A'D'C)$, unde $\{O\} = AC \cap BD$ și $\{O'\} = BC' \cap B'C$.





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022 - 2023
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	b)	5p
3.	b)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) În a doua zi excursionistul a parcurs $\frac{1}{3} \cdot \frac{30}{100} x = \frac{x}{10}$, unde x reprezintă lungimea traseului Cum $\frac{x}{10} \neq \frac{x}{4}$, obținem că nu este posibil ca lungimea parcursă de excursionist în a doua zi să reprezinte o pătrime din lungimea traseului	1p 1p
	b) $\frac{30}{100}x + \frac{x}{10} + 72 = x$ $4x + 720 = 10x$ $x = 120 \text{ km}$	1p 1p 1p
2.	a) $E(x) = \frac{x^2 + 4}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 4} =$ $= \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+1}{x+2}$, pentru orice număr real $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$	1p 1p

	b) $E(a) \in \mathbb{Z}, E(a) = \frac{a+1}{a+2} = 1 - \frac{1}{a+2}$ Cum $a+2 \in \mathbb{Z}$ și $\frac{1}{a+2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a+2 1$, deci $a+2 \in \{-1, 1\}$ $a = -1$ care nu convine și $a = -3$ care convine	1p 1p 1p
3.	a) $3(x+2) = -4 - 2x \Rightarrow 3x+6 = -4 - 2x$ $x = -2$ b) $A(-2, 0)$ și $B(0, 2)$ sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy $CT \perp Ox, T \in Ox$, B este mijlocul lui AC, deci OB este linie mijlocie în triunghiul ATC $CT = 2 \cdot BO = 4$, $OT = AO = 2 \Rightarrow C(2, 4)$	1p 1p 1p 1p 1p
4.	a) $\sphericalangle PAD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ, AD = AP \Rightarrow$ triunghiul APD isoscel, deci $\sphericalangle ADP \equiv \sphericalangle APD$ $\sphericalangle APD = 15^\circ \Rightarrow \sphericalangle DPB = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$ b) În triunghiul echilateral APB, $PQ \perp AB, Q \in AB$, deci $PQ = 2\sqrt{3}$ cm și Q este mijlocul lui $AB \Rightarrow AQ = 2$ cm $PQ \parallel AD \Rightarrow \triangle DAM \sim \triangle PQM \Rightarrow \frac{AD}{PQ} = \frac{AM}{MQ}$ $\Rightarrow AM = 4(2 - \sqrt{3})$ cm	1p 1p 1p 1p 1p
5.	a) RT este linie mijlocie în trapezul $ABCD$ $RT = \frac{AB + CD}{2} = 5$ cm b) $DQ \perp AB, Q \in AB, \mathcal{A}_{ABCD} = RT \cdot DQ$ $\mathcal{A}_{\triangle DRT} = \frac{DP \cdot RT}{2}$ și $\mathcal{A}_{\triangle RST} = \frac{QP \cdot RT}{2}$, unde $\{P\} = DQ \cap RT$ $\mathcal{A}_{DRST} = \mathcal{A}_{\triangle DRT} + \mathcal{A}_{\triangle RST} = \frac{DP \cdot RT}{2} + \frac{QP \cdot RT}{2} = \frac{RT \cdot DQ}{2} = \frac{\mathcal{A}_{ABCD}}{2}$	1p 1p 1p 1p 1p 1p
6.	a) $V = D'C'^3 = 6^3 =$ $= 216 \text{ cm}^3$ b) OO' este linie mijlocie în triunghiul $AB'C \Rightarrow OO' \parallel AB'$ $AB' \perp A'B, AB' \perp A'D', A'B \cap A'D' = \{A'\}$, deci $AB' \perp (A'D'C)$ $OO' \parallel AB'$ și $AB' \perp (A'D'C) \Rightarrow OO' \perp (A'D'C)$	1p 1p 1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini.

**SIMULARE EVALUARE NAȚIONALĂ
PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a
ANUL ȘCOLAR 2022-2023**

**14 FEBRUARIE 2023
MATEMATICĂ**

Numele:

.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

.....

Școala de proveniență:

.....

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.***(30 puncte)**

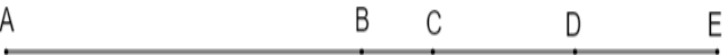
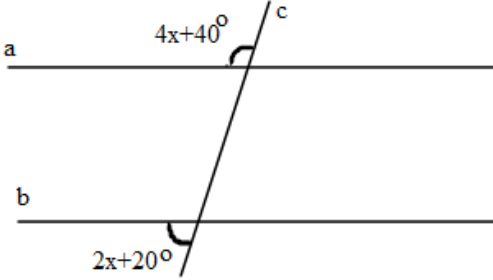
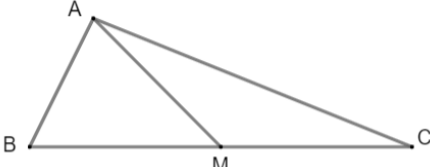
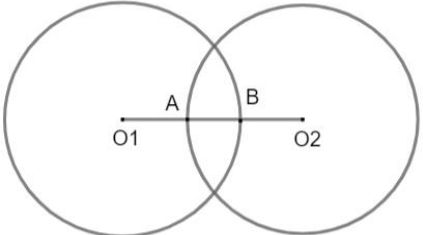
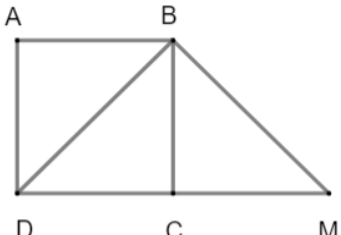
5p	1. Rezultatul calculului $(\sqrt{5^3} - \sqrt{5}) : (-\sqrt{5})$ este egal cu: a) -5 b) -4 c) $-\sqrt{5}$ d) $\sqrt{5}$
5p	2. Cel mai mare divizor comun al numerelor 10, 35 și 40 este: a) 0 b) 1 c) 5 d) 280
5p	3. Într-o clasă cu 30 de elevi, 40% sunt fete. Numărul băieților din clasă este: a) 12 b) 3 c) 18 d) 6
5p	4. Suma numerelor a și b este 100 și diferența dintre a și b este 20. Afirmația „Media geometrică a numerelor a și b este 50” este: a) adevărată b) falsă
5p	5. Numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 3x - 2 = 7\}$ este: a) 3 b) 1 c) 6 d) 7
5p	6. Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine descrescătoare este: a) $\frac{1}{3}; \frac{1}{7}; \frac{1}{10}; \frac{1}{13}$ b) $\frac{4}{15}; \frac{4}{9}; \frac{4}{5}; \frac{4}{3}$ c) $\frac{12}{7}; \frac{8}{7}; \frac{9}{7}; \frac{2}{7}$

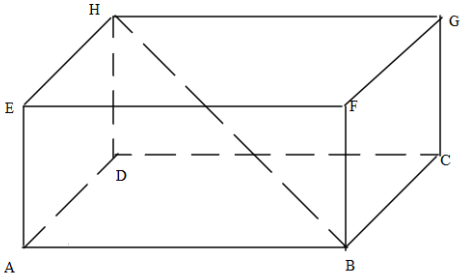
d) $\frac{4}{9}; \frac{10}{9}; \frac{13}{9}; \frac{15}{9}$

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 puncte)

5p	1. În figură, sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D și E, astfel încât punctul B este mijlocul segmentului AE și punctul E este simetricul lui C față de punctul D. Dacă $AC = 24$ cm, atunci lungimea segmentului BD este egală cu: a) 12 cm b) 20 cm c) 24 cm d) 36 cm	
5p	2. Dreptele a și b din figura alăturată sunt paralele, iar dreapta c este secantă dreptelor a și b. Valoarea lui x în grade este: a) 40° b) 20° c) 10° d) 30°	
5p	3. Triunghiul ABC este dreptunghic cu măsura unghiului $\angle BAC = 90^\circ$, mediana AM are lungimea de 5 cm și $AB = 6$ cm. Cateta AC are lungimea de: a) 10 cm b) 4 cm c) 12 cm d) 8 cm	
5p	4. Distanța dintre centrele cercurilor de rază 9 cm din figura alăturată este egală cu 14 cm. Lungimea segmentului AB este egală cu: a) 4 cm b) 4,5 cm c) 5 cm d) 7 cm	
5p	5. În figura alăturată, ABCD este un pătrat cu $AC = 6\sqrt{2}$ cm. Dacă dreptele DB și BM sunt perpendiculare și punctele D, C și M sunt coliniare, atunci lungimea segmentului DM este egală cu: a) 6 cm b) 8 cm c) 10 cm d) 12 cm	

5p	6. Dacă ABCDEFGH este un paralelipiped dreptunghic în care $AB = 6$ cm, $BC = 6\sqrt{2}$ cm și măsura unghiului format de BH și BD este de 30°, atunci lungimea muchiei DH va fi de: a) $6\sqrt{2}$ cm b) $3\sqrt{3}$ cm c) 6 cm d) 12 cm	
----	--	--

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 puncte)

5p	1. Maria împarte numărul natural n la 4, 8 și 12 și obține de fiecare dată restul 3.
	(2p) a) Este posibil ca numărul n să fie 31? Justificați răspunsul. (3p) b) Determină suma numerelor n, cuprinse între 10 și 100, care îndeplinesc condițiile din enunț.

5p

2. Fie expresia $E(x) = (x+3)^2 - (x-3)^2$, unde x este un număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 12x$.

[illegible]

(3p) b) Arată că numărul $E(n^2) + E(n)$ este multiplu al lui 24, pentru orice număr natural n .

A full-page sheet of white graph paper featuring a uniform grid of thin black lines. The grid consists of small squares covering the entire area, with no margins or additional markings.

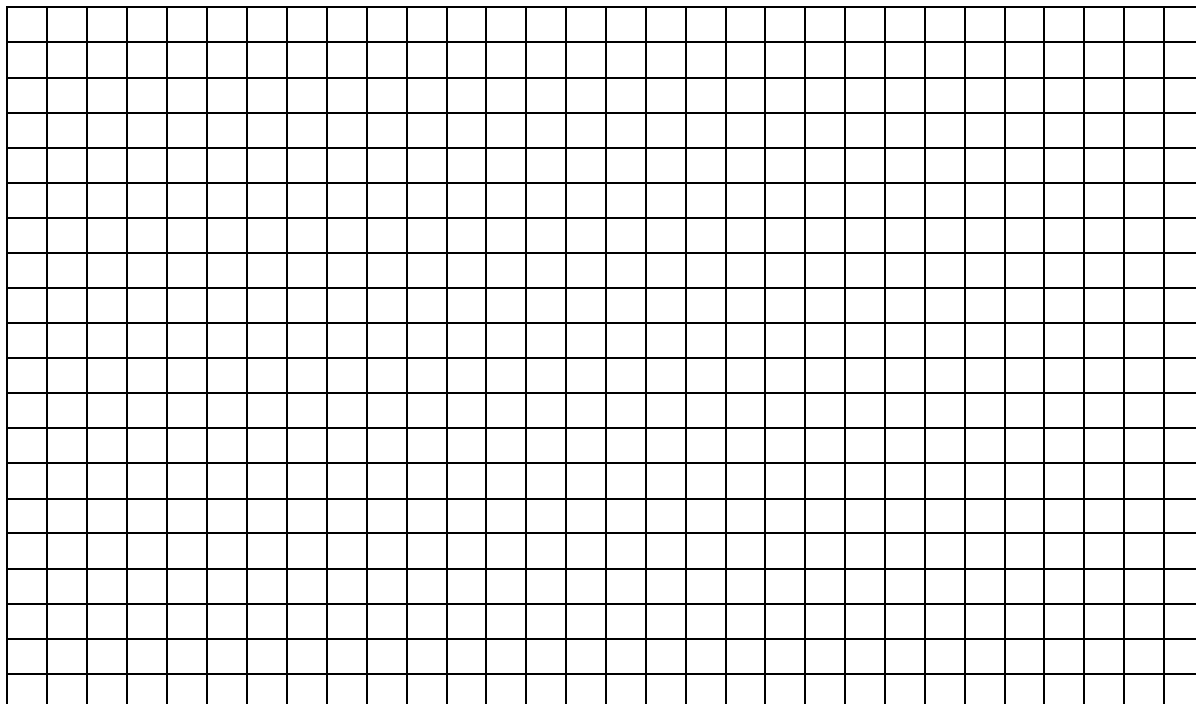
5p

3. Fie numerele $a = \sqrt{11+4\sqrt{7}}$, $b = \sqrt{11-4\sqrt{7}}$ și $c = \sqrt{(8-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$.

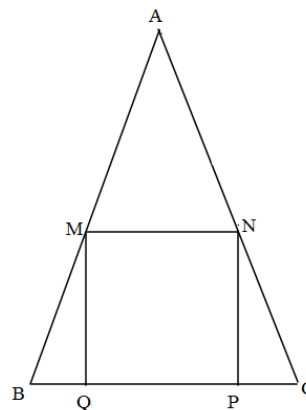
(2p) a) Calculează $(a - b)^2$.

[illegible]

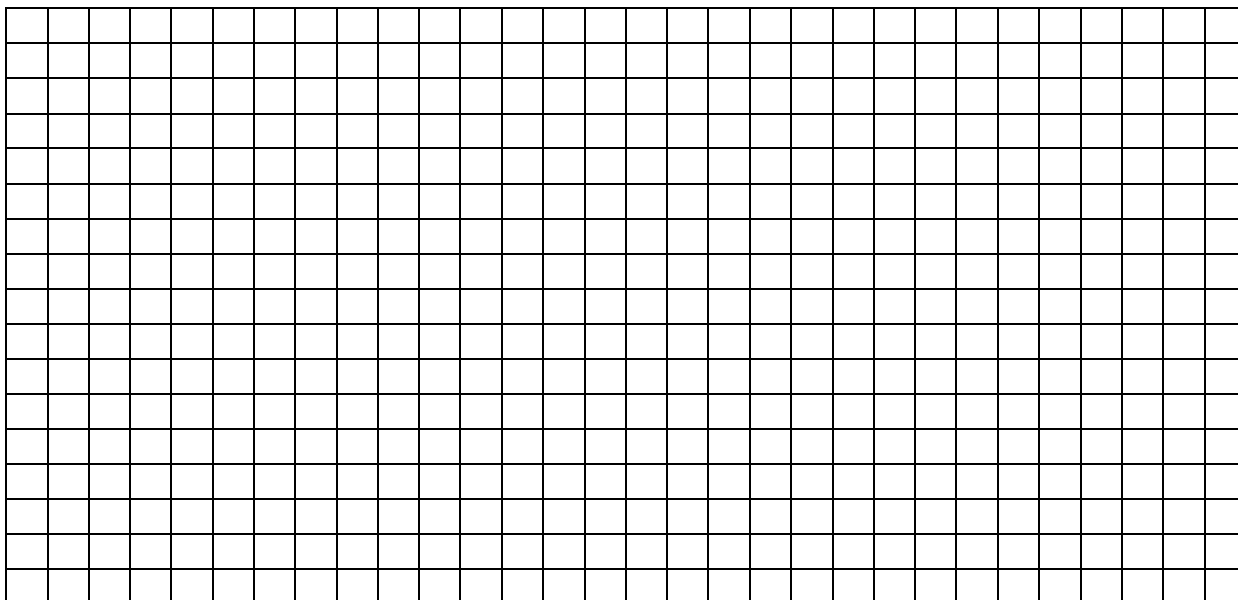
(3p) b) Arată că $(a-b)^2 + c$ este pătratul unui număr natural.

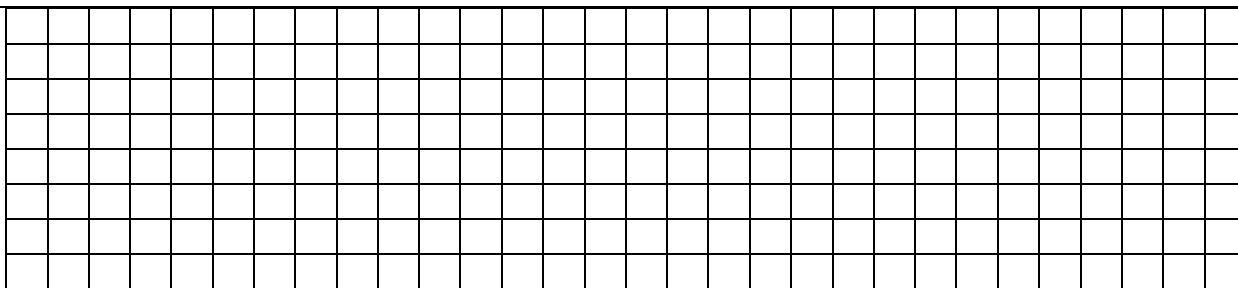


5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB=AC=50$ cm, $BC=60$ cm și pătratul MNPQ, unde $M \in AB$, $N \in AC$ și $P, Q \in BC$.

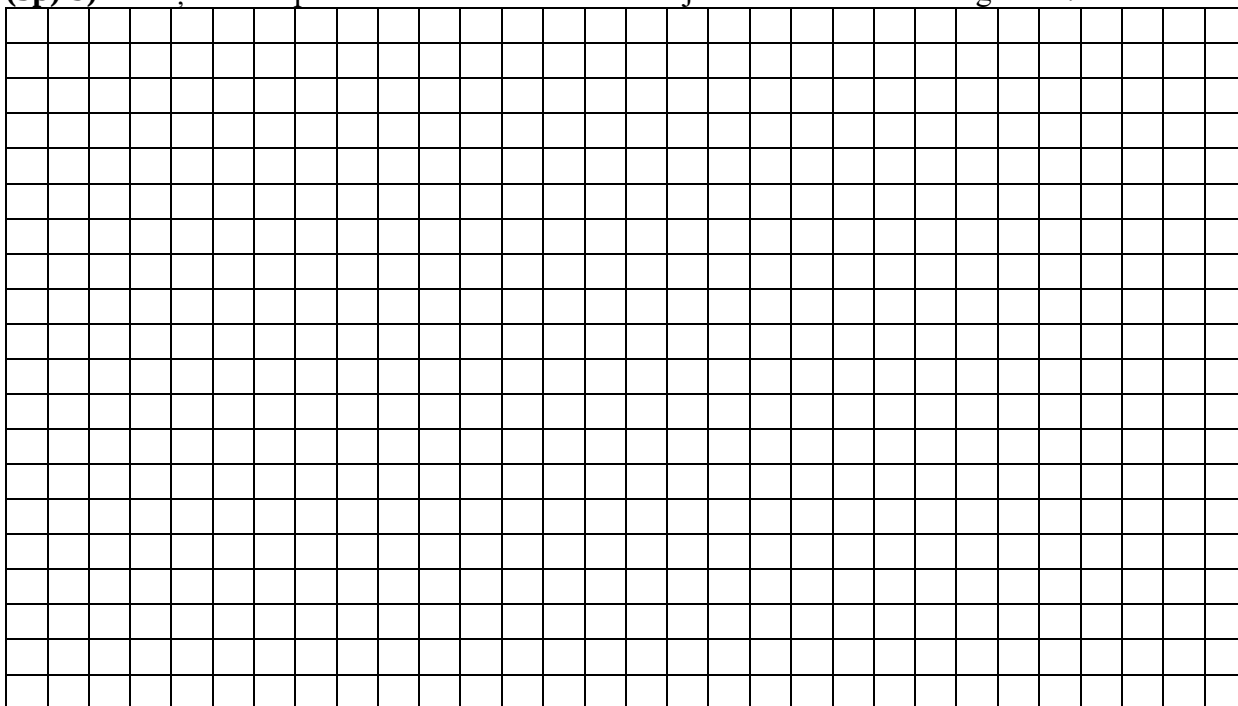


(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este de 1200 cm^2 .



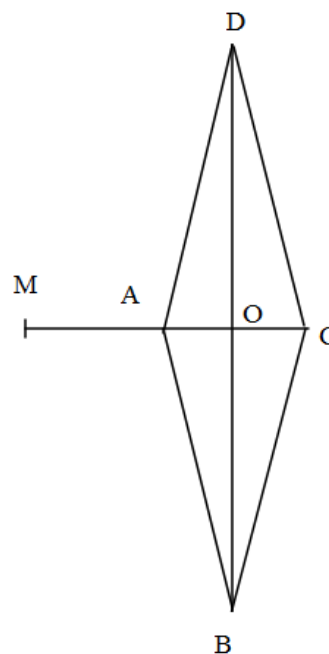


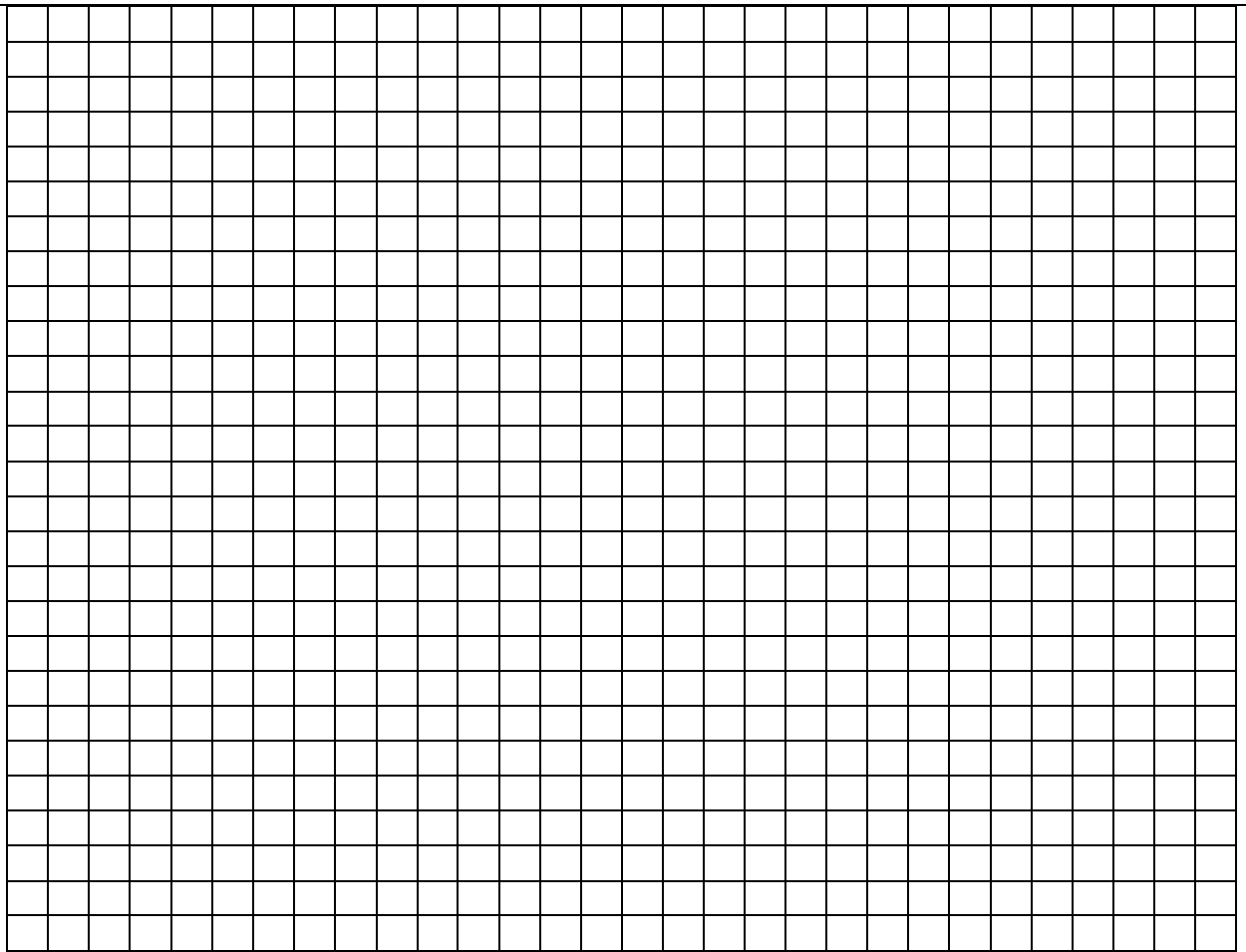
(3p) b) Arătați că aria pătratului este mai mică decât jumătate din aria triunghiului.



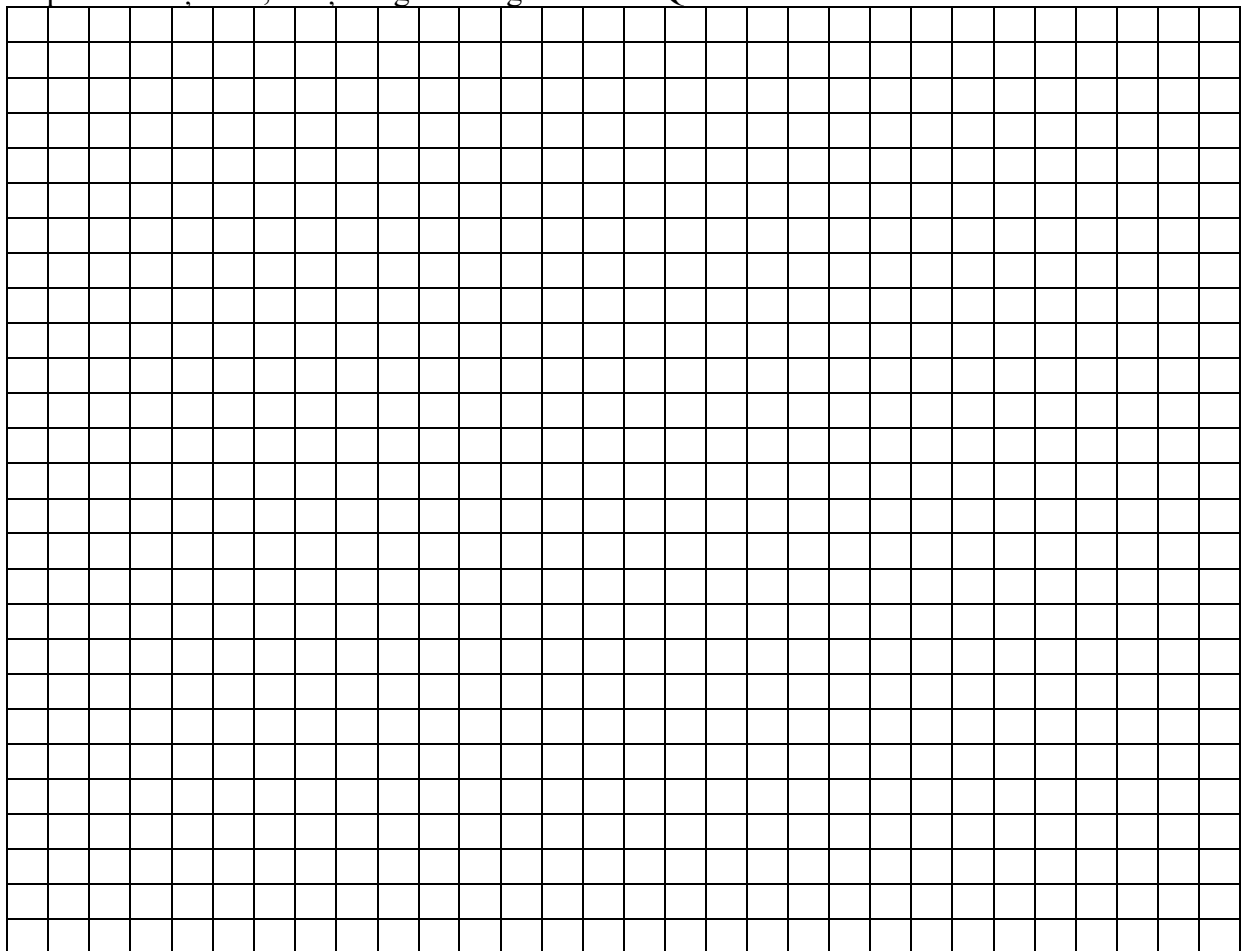
5p 5. În figura alăturată este reprezentat un romb ABCD cu $BD = 32$ cm și perimetrul de $16\sqrt{17}$ cm. Punctul M este situat astfel încât A este mijlocul segmentului MC.

(2p) a) Arătați că $AC = 8$ cm.



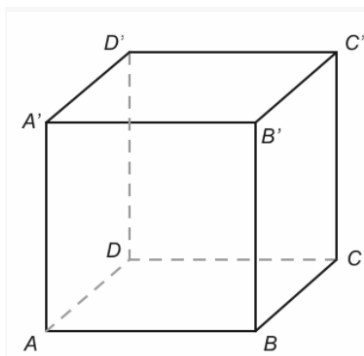


(3p) b) Dacă punctul P se află la intersecția dreptelor AD și MB iar Q se află la intersecția dreptelor AB și MD , aflați lungimea segmentului PQ .

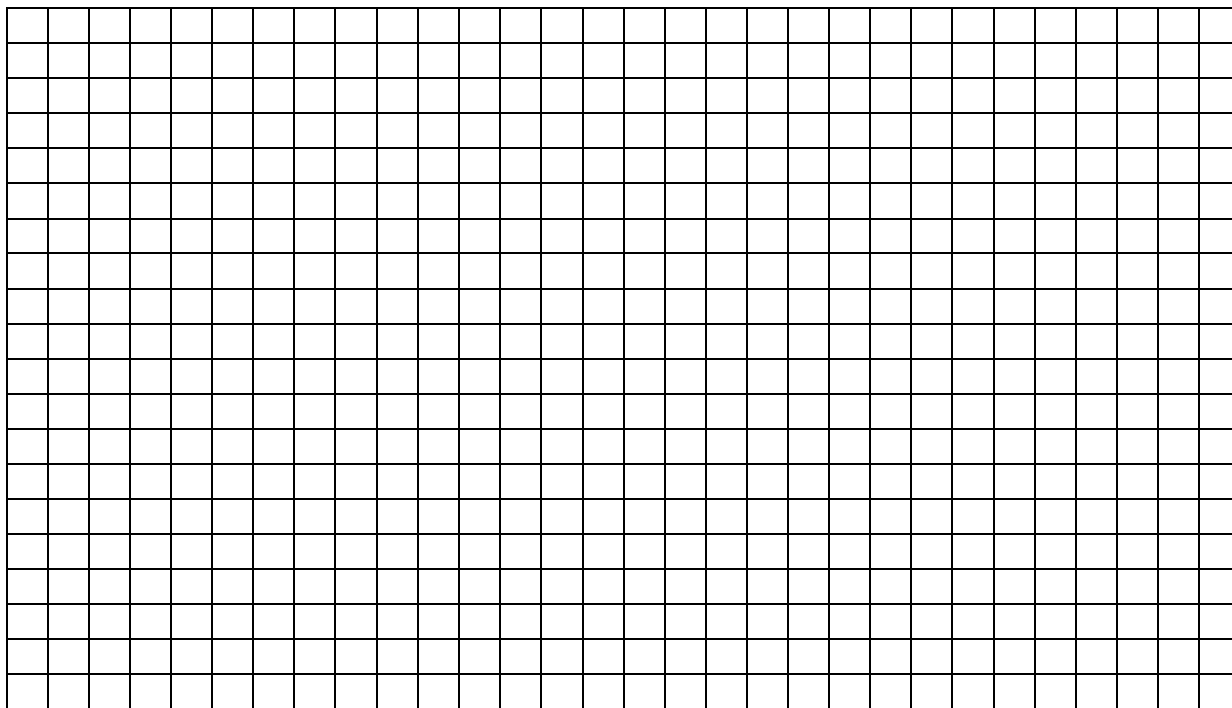


5p

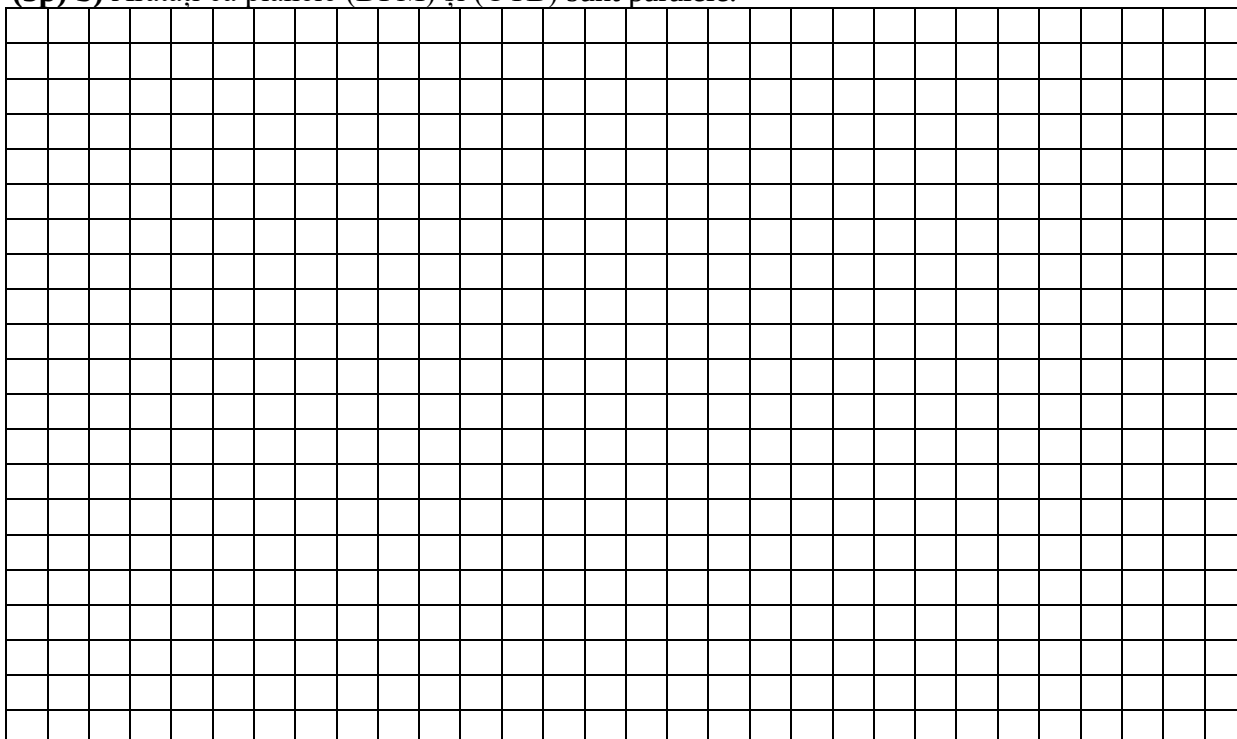
6. În cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu muchia de 8 cm, se consideră M, P, T mijloacele muchiilor BC, $D' C'$, respectiv AD și $A' C' \cap B' D' = \{O\}$.

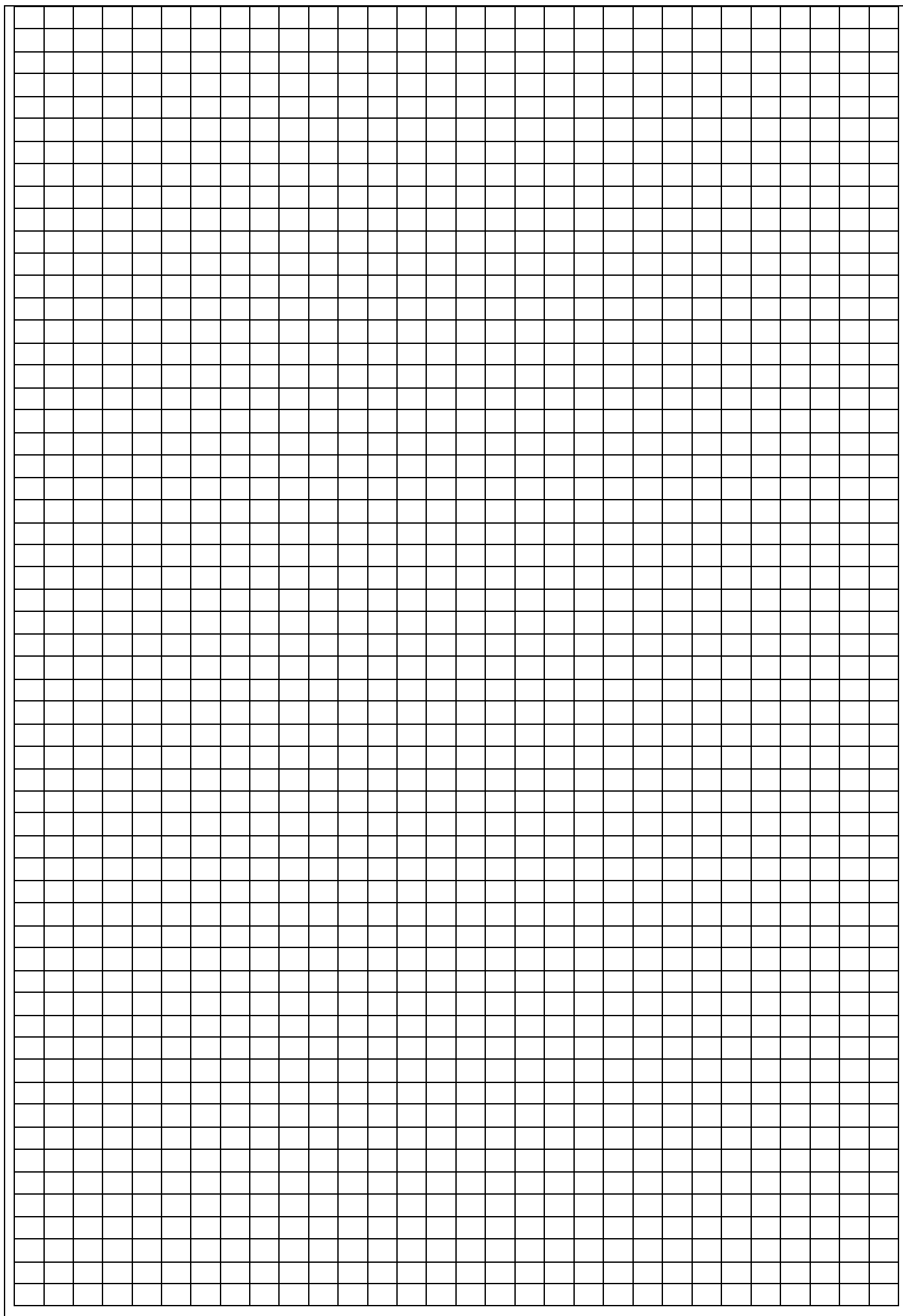


(2p) a) Determinați aria triunghiului $A'BC'$.



(3p) b) Arătați că planele (DPM) și (OTB) sunt paralele.





INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU
SIMULARE
EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a
ANUL ȘCOLAR 2022-2023
14 FEBRUARIE 2023
MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acorda fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Subiectul I

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

Subiectul al II-lea

1.	a)	5p
2.	b)	5p
3.	d)	5p
4.	a)	5p
5.	d)	5p
6.	c)	5p

Subiectul al III-lea

1.	a) $31 = 8 \cdot 3 + 7$. Cum $7 \neq 3$, deducem că nu este posibil ca numărul n să fie 31.	1p 1p
	b) $n = 4a+3$, $n = 8b+3$, $n = 12c+3$, unde a, b, c sunt numere naturale. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 4, 8 și 12 este 24, deci $n-3$ este multiplu de 24. Numerele n cuprinse între 10 și 100 sunt 27, 51, 75 și 99 și suma lor este 252.	1p 1p 1p
	a) $E(x) = x^2+6x+9-(x^2-6x+9) = x^2+6x+9-x^2+6x-9 = 12x$.	1p 1p
2.	b) $E(n^2)+E(n) = 12n^2+12n = 12n(n+1)$ Pentru $n=2k$, $n(n+1)= 2k(2k+1)$ care este divizibil cu 2 pentru orice număr natural n . Pentru $n=2k+1$, $n(n+1)= (2k+1)(2k+2)$ care este divizibil cu 2 pentru orice număr natural n . Deci $E(n^2)+E(n) = 12n(n+1)$ este multiplu al lui 24 pentru orice număr natural n .	1p 1p

3.	a) $(a-b)^2 = (\sqrt{11+4\sqrt{7}})^2 - 2 \cdot \sqrt{11+4\sqrt{7}} \cdot \sqrt{11-4\sqrt{7}} + (\sqrt{11-4\sqrt{7}})^2 =$ $= 11+4\sqrt{7} - 2 \cdot \sqrt{121-112} + 11-4\sqrt{7} = 22-6 = 16$	1p
	b) $\sqrt{(8-\sqrt{3})^2} = 8-\sqrt{3} = 8-\sqrt{3}$ $\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}+1 = \sqrt{3}+1$ $(a-b)^2+c=16+8-\sqrt{3}+\sqrt{3}+1=25$ este pătratul numărului natural 5	1p
		1p
		1p
4.	a) Construim AD înălțime în triunghiul ABC $\Rightarrow$ AD este mediană, $D \in BC \Rightarrow BD = DC = \frac{BC}{2} = 30\text{cm}$. În triunghiul ACD, $\sphericalangle D = 90^\circ$ și din teorema lui Pitagora avem că $AD = 40\text{ cm}$, deci $A_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{40 \cdot 60}{2} = 1200\text{ cm}^2$.	1p
	b) Fie a latura pătratului. $\Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{d(A, MN)}{d(A, BC)} \Rightarrow \frac{a}{60} = \frac{40-a}{40}$ $a = 24\text{cm}$, $A_{\text{pătrat}} = a^2 = 576\text{ cm}^2$. $\frac{A_{\text{pătrat}}}{A_{ABC}} = \frac{576}{1200} = \frac{12}{25} < \frac{1}{2}$	1p
		1p
5.	a) Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, atunci $BO = 16\text{ cm}$ $P_{ABCD} = 16\sqrt{17}\text{ cm} \Rightarrow AD = 4\sqrt{17}\text{ cm}$. Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul AOD cu $\sphericalangle AOD = 90^\circ$, obținem $AO = 4\text{ cm}$, deci $AC = 8\text{ cm}$	1p
	b) În ΔMBD , MO este mediană și deoarece $MA = 2AO \Rightarrow A$ - centrul de greutate al triunghiului MBD DP și BQ - mediane $\Rightarrow P$ - mijlocul segmentului MB și Q mijlocul segmentului MD Deci PQ este linie mijlocie $\Rightarrow PQ = \frac{BD}{2} = 16\text{ cm}$	1p
		1p
6.	a) În pătratele $ABB'A'$, $BCC'B'$ respectiv $A'B'C'D'$, segmentele $A'B$, BC' , respectiv $A'C'$ sunt diagonale $\Rightarrow A'B = BC' = A'C' = 8\sqrt{2}\text{ cm}$. Triunghiul $A'BC'$ este echilateral de latură $l = 8\sqrt{2}\text{ cm}$ și are aria $\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(8\sqrt{2}\text{ cm})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{128\sqrt{3}\text{ cm}^2}{4} = 32\sqrt{3}\text{ cm}^2$.	1p
	b) OP linie mijlocie în $\Delta D'C'B' \Rightarrow OP \parallel B'C' \parallel BC \Rightarrow OP \parallel BM$. $OP = \frac{B'C'}{2} = \frac{BC}{2} = BM$. Deci OPMB este paralelogram $\Rightarrow PM \parallel OB$.	1p
	$\left. \begin{array}{l} DM \parallel BT \\ PM \parallel OB \\ DM, PM \subset (DPM) \\ BT, OB \subset (OTB) \\ DM \cap PM = \{M\} \\ BT \cap OB = \{B\} \end{array} \right\} \Rightarrow (DPM) \parallel (OTB)$	1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**SIMULARE JUDEȚEANĂ
EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

IANUARIE 2023

Matematică

Varianta 2

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

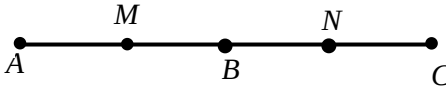
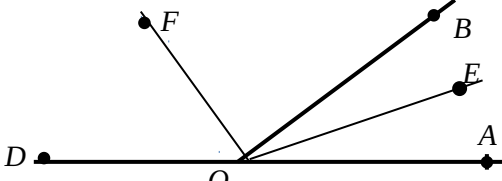
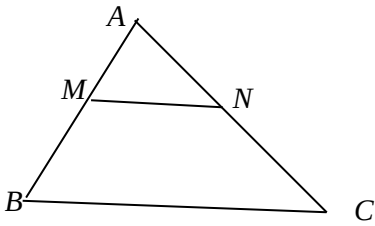
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

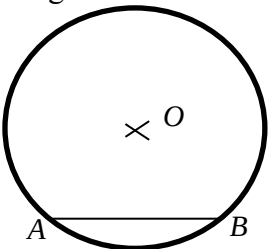
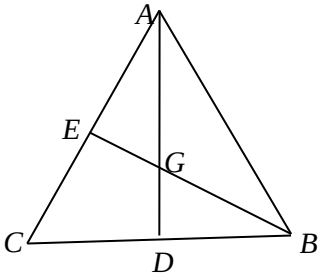
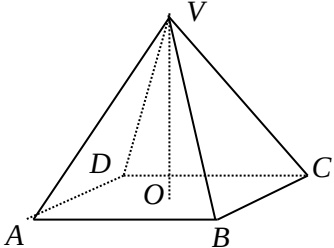
SUBIECTUL I*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.***(30 de puncte)**

5p	1. Rezultatul calculului $16 - 16:16$ este: a) 0 b) 15 c) 1 d) 32
5p	2. Mulțimea $A = \{x \in R / -1 < x \leq 3\}$ scrisă sub formă de interval este egală cu: a) $[-1;3]$ b) $(-1;3)$ c) $[-1;3)$ d) $(-1;3]$
5p	3. Prețul unui stilou este de 48 de lei. După o mărire a prețului cu 10%, stiloul costă: a) 52 lei b) 56 lei c) 52,6 lei d) 52,8 lei
5p	4. Media geometrică a numerelor 16 și 9 este egală cu: a) $\frac{25}{2}$ b) 12 c) 144 d) 7

5p	5. Patru elevi au scris în ordine crescătoare numerele: a = 1,(35); b = 1,3(5); c = 1,35; d = 1,353. Rezultatele obținute sunt prezentate în următorul tabel: <table><tr><td>Ana</td><td>Sorin</td><td>Matei</td><td>Laura</td></tr><tr><td>a < b < c < d</td><td>c < d < a < b</td><td>a < c < b < d</td><td>b < c < a < d</td></tr></table> Dintre cei patru elevi, cel care a răspuns corect este: a) Ana b) Sorin c) Matei d) Laura	Ana	Sorin	Matei	Laura	a < b < c < d	c < d < a < b	a < c < b < d	b < c < a < d
Ana	Sorin	Matei	Laura						
a < b < c < d	c < d < a < b	a < c < b < d	b < c < a < d						
5p	6. Mihai afirmă „$\frac{3}{5}$ din 280 kg reprezintă 168 kg”. Afirmatia lui Mihai este: a) Adevărată b) Falsă								

SUBIECTUL al II-lea*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.***(30 de puncte)**

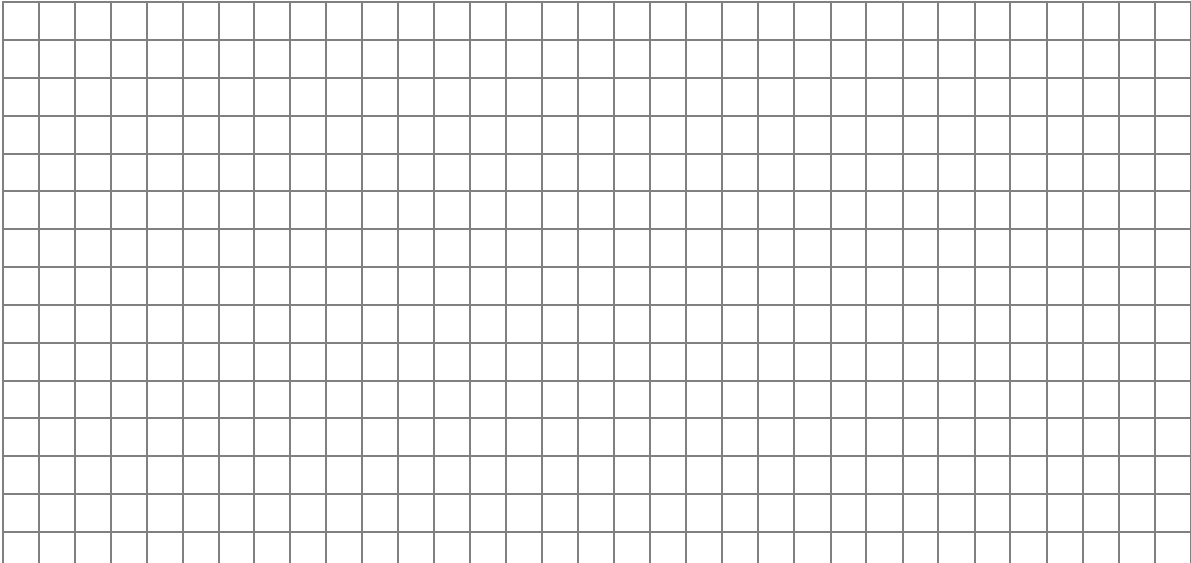
5p	1. În figura alăturată, punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul N este mijlocul segmentului BC. Dacă $MN = 12\text{cm}$ atunci lungimea segmentului AC este egală cu: a) 6 cm b) 12 cm c) 18 cm d) 24 cm 
5p	2. În figura alăturată, punctele A, O, D sunt coliniare, semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOB, iar semidreapta OF este bisectoarea unghiului BOD. Măsura unghiului EOF este egală cu: a) 45° b) 90° c) 135° d) 60° 
5p	3. În triunghiul ABC din figura alăturată, punctele M și N se află pe laturile AB, respectiv AC, astfel încât $AM = 4\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$, $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$. Dacă $BC = 24\text{cm}$, atunci lungimea segmentului MN este egală cu: a) 12 cm b) 8 cm c) 6 cm d) 2 cm 

5p	4. Pe cercul $C(O;R)$ din figura alăturată, $R = 8\text{cm}$ se consideră punctele A și B astfel încât măsura arcului mic AB este egală cu 60°. Aria triunghiului AOB este egală cu: a) $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ b) $8\sqrt{3}\text{ cm}^2$ c) $64\sqrt{3}\text{ cm}^2$ d) 64 cm^2 
5p	5. În figura alăturată, triunghiul ABC este isoscel cu $AB = AC = 13\text{cm}$ și $BC = 10\text{cm}$. Medianele AD și BE se intersectează în punctul G. Lungimea segmentului GD este egală cu: a) 6 cm b) 4cm c) 8cm d) 12cm 
5p	6. În figura alăturată VABCD este o piramidă patrulateră regulată cu vârful în V și $VA = AB = 8\text{cm}$. Măsura unghiului dintre dreptele VA și BC este egală cu: a) 90° b) 30° c) 60° d) 45° 

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Un număr natural n împărțit pe rând la 8, la 10 și la 15, dă de fiecare dată restul 3 și câturi nenule. (2p) a) Verificați dacă numărul n poate fi egal cu 363. 
----	---

(3p) b) Aflați toate numerele naturale n cuprinse între 500 și 1000.

A full-page sheet of graph paper featuring a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 20 rows, creating a total of 400 square units. The lines are thin and dark gray, set against a white background. There are no margins, text, or other markings on the page.

5p

2. Se dă expresia $E(x) = (2x+1)^2 - (x-1)^2 + (x+1)(x-1) - 3x^2 + 12$ unde x este număr real.

(2p) a) Arătați că $E(x) = x^2 + 6x + 11$.

A blank sheet of graph paper with a grid pattern. The grid consists of small squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 15 rows of squares. A single horizontal line runs across the middle of the page, separating the top 7 rows from the bottom 8 rows. This line is slightly thicker than the other grid lines.

(3p) b) Aflați valoarea lui x pentru care $E(x)$ are valoarea minimă.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The background is white, and the grid lines are evenly spaced both horizontally and vertically.

5p 3. Se consideră numerele reale $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}} \right) : \frac{2}{\sqrt{3}}$ și

$$b = \sqrt{(1-2\sqrt{3})^2} - \frac{3}{2\sqrt{3}-3}.$$

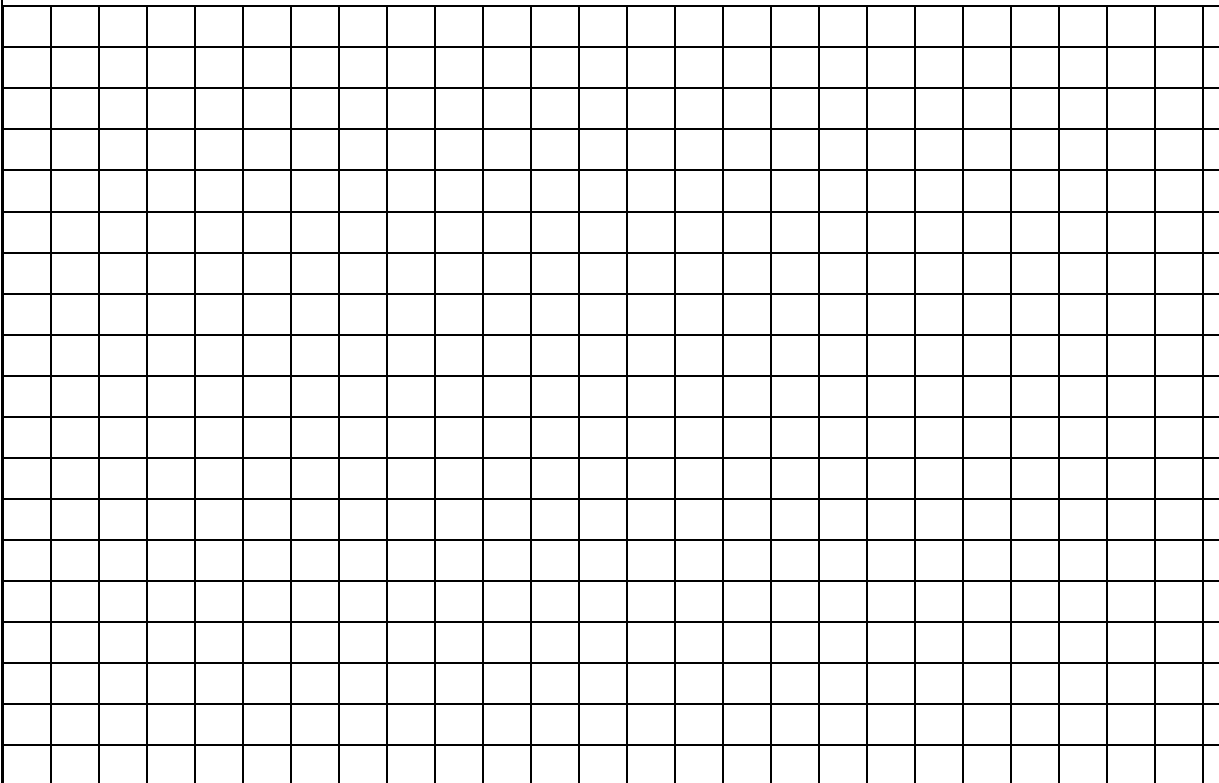
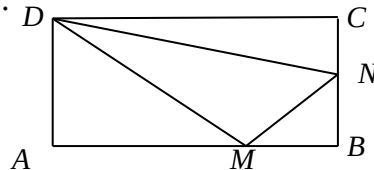
(2p) a) Arătați că $a = 2$.

(3p) b) Calculați $\left(a + \frac{b}{4} \right)^{2023}$.

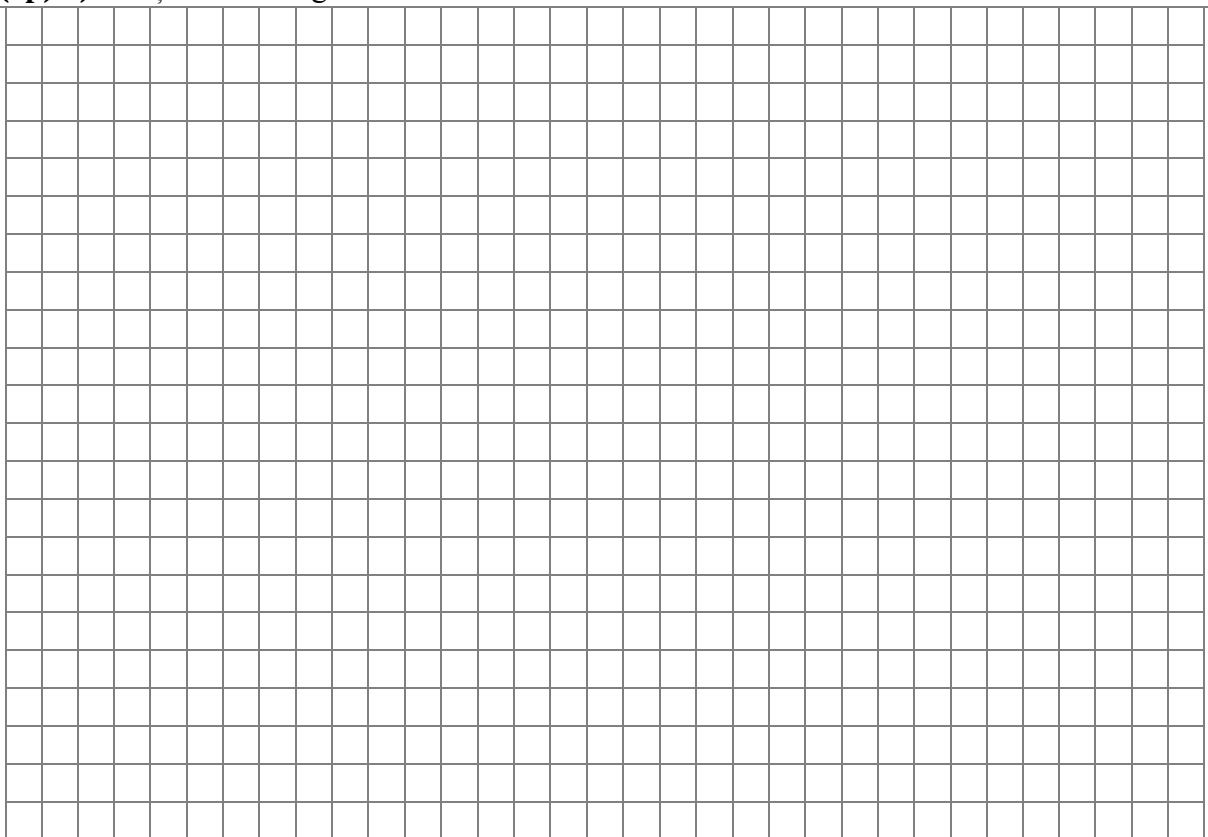
5p

4. În figura alăturată, ABCD este un dreptunghi cu $AB = 12\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, M este un punct pe latura AB astfel încât $AM = 8\text{cm}$, iar N este mijlocul laturii BC.

(2p) a) Arătați că aria triunghiului DNM este egală cu 24cm^2 .

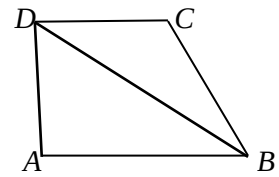


(3p) b) Aflați sinusul unghiului MDN.

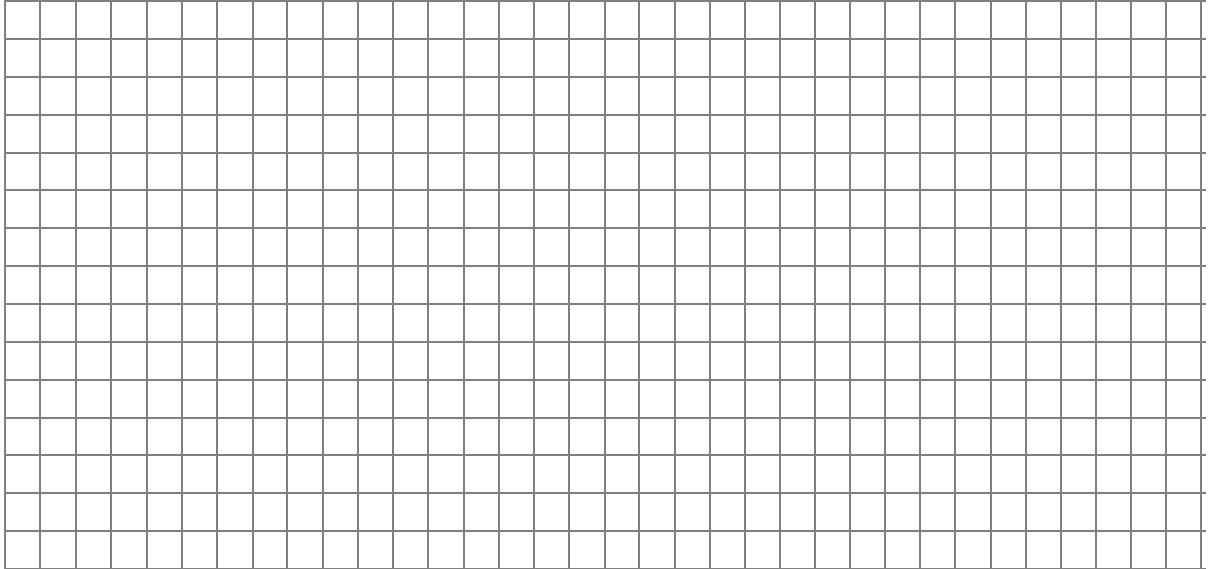


5p

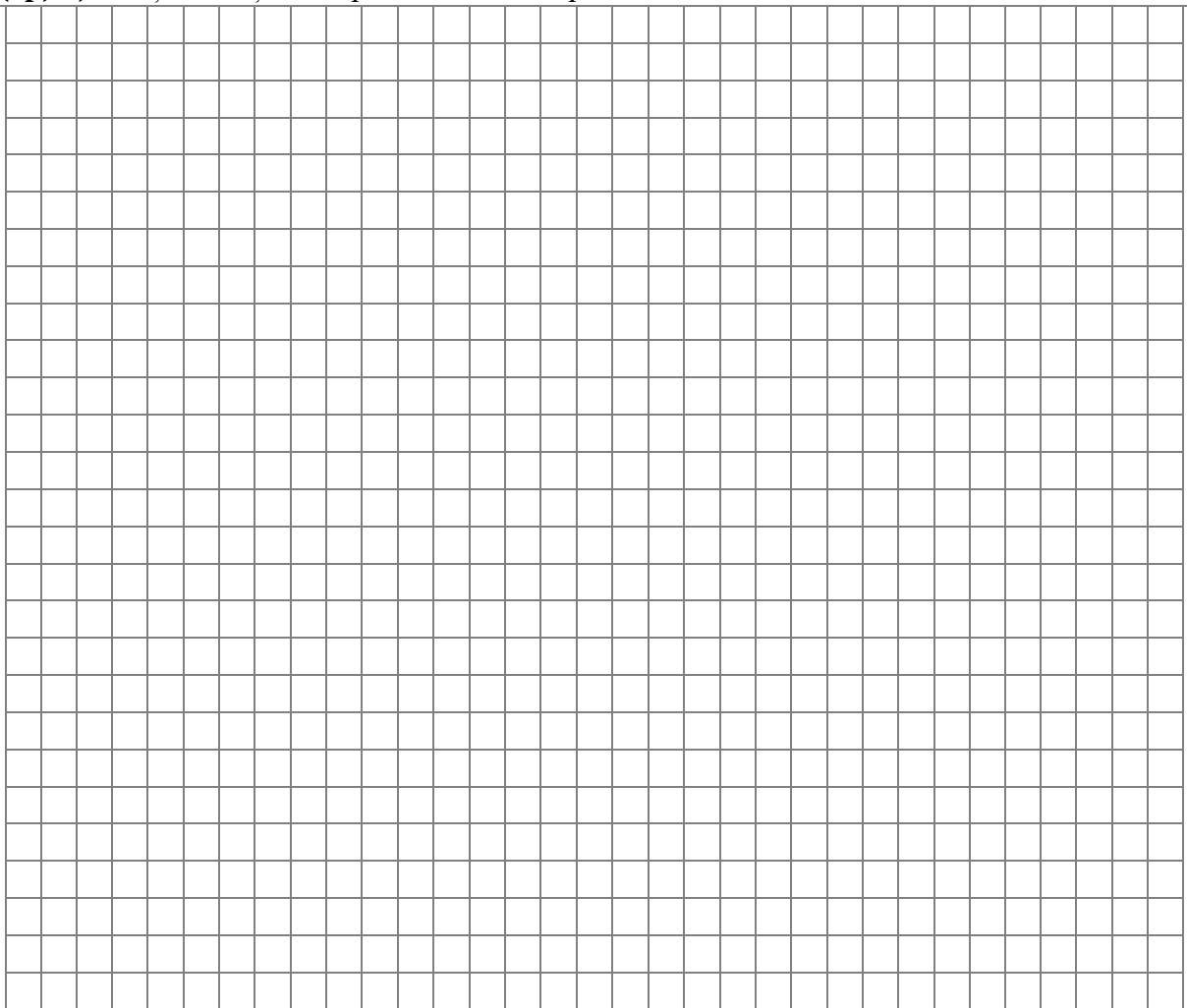
5. În figura alăturată, ABCD este un trapez dreptunghic cu unghiul A drept, iar bazele $AB = 8\text{cm}$ și $CD = 5\text{cm}$. Diagonala BD este bisectoarea unghiului ABC.



- (2p) a) Arătați că aria trapezului ABCD este egală cu 26cm^2 .



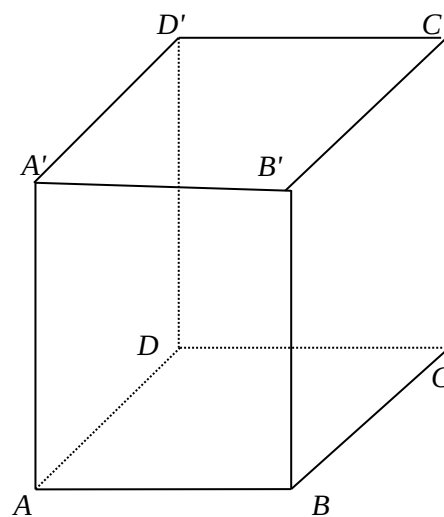
- (3p) b) Aflați distanța de la punctul A la dreapta BC.



5p

6. În figura alăturată $ABCD A'B'C'D'$ este un cub cu $AB = 12\sqrt{2}cm$.

a) (2p) Aflați aria triunghiului $C'BD$.



(3p) b) Dacă $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$, arătați că dreapta AO' este paralelă cu planul $C'BD$.

SIMULARE EVALUARE NAȚIONALĂ

Ianuarie 2023

MATEMATICĂ

VARIANTA 2

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

SUBIECTUL I - Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 puncte)

1.	b	5p
2.	d	5p
3.	d	5p
4.	b	5p
5.	b	5p
6.	a	5p

SUBIECTUL al II- lea - Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 puncte)

1.	d	5p
2.	b	5p
3.	b	5p
4.	a	5p
5.	b	5p
6.	c	5p

SUBIECTUL al III- lea - Scrieți rezolvări complete. (30 puncte)

1.	a) $363:8 = 45 \text{ rest } 3$, $363:10 = 36 \text{ rest } 3$ $363:15 = 24 \text{ rest } 3$, deci n poate fi 363	1p 1p
	b) $n = 8 \cdot a + 3$, $n = 10 \cdot b + 3$, $n = 15 \cdot c + 3$, de unde $n - 3$ se divide cu c.m.m.m.c. al nr. 8, 10, 15 $[8; 10; 15] = 120$, deci $n - 3 = 120 \cdot k$, iar $500 < n < 1000 \Rightarrow k \in \{5, 6, 7, 8\}$ Finalizare, $n \in \{603, 723, 843, 963\}$	1p 1p 1p
2.	a) aplică formulele corect $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$ $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$ finalizare	1p 1p
	b) $E(x) = x^2 + 6x + 11 = (x + 3)^2 + 2$ $(x + 3)^2 \geq 0$, de unde $(x + 3)^2 + 2 \geq 2$ Valoarea minima a lui $E(x)$ este 2 și se obține pentru $(x + 3)^2 = 0$, de unde $x = -3$	1p 1p 1p
3.	a) $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} + \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{4\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ finalizare	1p 1p
	b) $b = \left 1 - 2\sqrt{3} \right - \frac{3(2\sqrt{3} + 3)}{(2\sqrt{3})^2 - 3^2}$ $b = -4$	1p 1p
	$\left(a + \frac{b}{4} \right)^{2023} = \left(2 - \frac{4}{4} \right)^{2023} = 1$	1p
4.	a) $A_{DMN} = A_{ABCD} - (A_{DAM} + A_{MBN} + A_{CDN})$ finalizare	1p 1p
	b) Aplică teorema lui Pitagora în triunghiurile DAM, respectiv DCN și află $DM = 10\text{cm}$ și $DN = 3\sqrt{17} \text{ cm}$	1p
	$A_{DMN} = \frac{DN \cdot DM \cdot \sin MDN}{2}$	1p

	$\sin MDN = \frac{8\sqrt{17}}{85}$	1p
5.	a) Calculează înălțimea trapezului și obține $AD = 4cm$ finalizare	1p 1p
	b) fie $CE \perp AB, E \in AB$ și $AQ \perp BC, Q \in BC \Rightarrow d(A, BC) = AQ$ În $\triangle ABC$, $AB \cdot CE = AQ \cdot BC$ De unde $AQ = 6,4cm \Rightarrow d(A, BC) = AQ = 6,4cm$	1p 1p 1p
6.	a) demonstrează că $\triangle C'BD$ este echilateral $A_{C'BD} = 144\sqrt{3} cm^2$	1p 1p
	b) Fie $AC \cap BD = \{O\}$ $AO \parallel O'C'$ $AOC'O'$ este paralelogram Finalizare	1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini.

**SIMULAREA
EXAMENULUI DE
EVALUARE NAȚIONALĂ
PENTRU
ELEVII CLASEI a VIII-a**

17 ianuarie 2023

Matematică

Numele:.....
.....
Inițiala prenumelui tatălui:
Prenumele:.....
.....
Școala de proveniență:
.....
Centrul de examen:
Localitatea:
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $11 - 11 \cdot (8 - 16 : 2)$ este egal cu : a) 11 b) 0 c) 6 d) 10																
5p	2. Numărul care reprezintă $\frac{5}{6}$ din 1200 este egal cu: a) 200 b) 100 c) 1000 d) 6000																
5p	3. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la ora 9, la o stație meteo, în fiecare zi a unei săptămâni din luna ianuarie . <table><tr><td>Ziua</td><td>Luni</td><td>Marti</td><td>Miercuri</td><td>Joi</td><td>Vineri</td><td>Sâmbătă</td><td>Duminică</td></tr><tr><td>Temperatura ($^{\circ}C$)</td><td>-5</td><td>-4</td><td>3</td><td>1</td><td>-1</td><td>-3</td><td>2</td></tr></table> Conform tabelului, media aritmetică a temperaturilor pozitive înregistrate este egală cu: a) $1^{\circ}C$ b) $-2^{\circ}C$ c) $-1^{\circ}C$ d) $2^{\circ}C$	Ziua	Luni	Marti	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică	Temperatura ($^{\circ}C$)	-5	-4	3	1	-1	-3	2
Ziua	Luni	Marti	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică										
Temperatura ($^{\circ}C$)	-5	-4	3	1	-1	-3	2										
5p	4. Numărul $3\sqrt{2}$ aparține intervalului de numere reale : a) $(2,3)$ b) $(4,5)$ c) $[5,6)$ d) $[3,4]$																

5p

5. Patru elevi au calculat media geometrică a numerelor $a = 12 - 3\sqrt{7}$ și $b = 3(4 + \sqrt{7})$.
Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Alexandra	Violeta	Crina	Diana
81	12	9	$24 + 6\sqrt{7}$

Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:

a) Alexandra
b) Violeta
c) Crina
d) Diana

5p

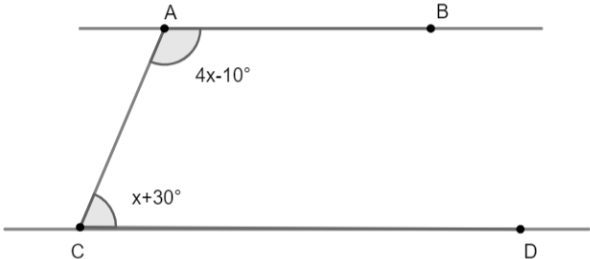
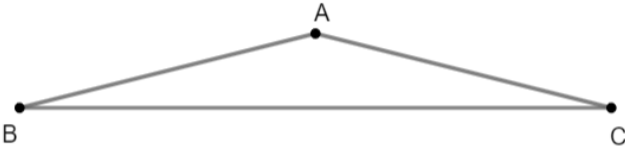
6. Sebastian are 180 de lei, iar Adrian, colegul lui, are 120 de lei. Adrian afirmă: „Dacă i-aș da lui Sebastian o șesime din banii mei, atunci suma mea de bani ar fi jumătate din suma lui”. Afirmăția lui Adrian este:

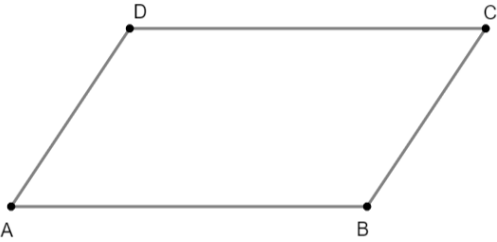
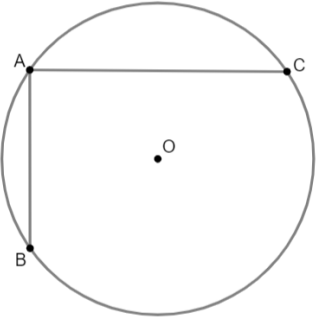
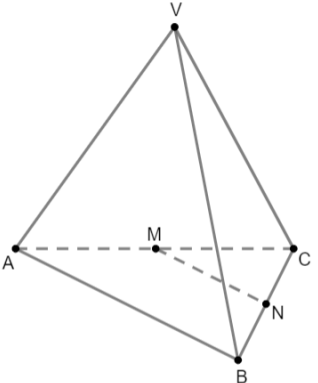
a) Adevărată
b) Falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată, A, B, C și D sunt puncte coliniare, în această ordine, astfel încât B este mijlocul segmentului AC, $2BC = CD$ și $BD = 9$ cm. Lungimea segmentului AD este egală cu: a) 16 cm b) 12 cm c) 18 cm d) 10 cm 
5p	2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele AB și CD, iar unghiurile BAC și DCA au măsurile indicate pe figură. Atunci măsura unghiului ACD este egală cu: a) 32° b) 64° c) 62° d) 45° 
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = AC = 6$ cm și cu măsura unghiului ABC egală cu 15°. Distanța de la punctul B la dreapta AC este egală cu: a) 3 cm b) 6 cm c) 8 cm d) 12 cm 

5p	4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm și cu măsura unghiului DAB egală cu 60°. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu: a) 30 cm^2 b) 40 cm^2 c) $30\sqrt{3} \text{ cm}^2$ d) $15\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 
5p	5. În figura alăturată sunt reprezentate două coarde perpendiculare AB și AC ale unui cerc de centru O, $AB = 6$ cm și $AC = 8$ cm. Lungimea acestui cerc este egală cu: a) 10π cm b) 16π cm c) 12π cm d) 24π cm 
5p	6. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu baza ABC. Dacă triunghiul VAB este echilateral și $MN = 4$ cm, unde M este mijlocul lui AC și N este mijlocul lui BC, atunci suma lungimilor tuturor muchiilor piramidei este egală cu: a) 36 cm b) 24 cm c) 32 cm d) 48 cm 

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 puncte)

5p	1. Numărul elevilor claselor a 9-a ai unui colegiu militar este cuprins între 100 și 200. Dacă elevii s-ar alinia în grupe de câte 12, 18, respectiv 24, rămân de fiecare dată 5 elevi. (2p) a) Este posibil ca numărul de elevi să fie egal cu 161? Justifică răspunsul.
----	--

(3p) b) Determină numărul elevilor claselor a 9-a ai colegiului militar.

5p

2. Se consideră expresia $E(x) = x(2x - 5) + (x + 5)^2 - (x + 2)^2 - (3 + x)(x - 3) - 30$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = x^2 + x$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Arată că $E(n)$ este număr par pentru orice număr natural n .

5p

3. Se consideră numerele reale $a = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{32} - 4 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{18})} \cdot \sqrt{3}$ și $b = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5}$

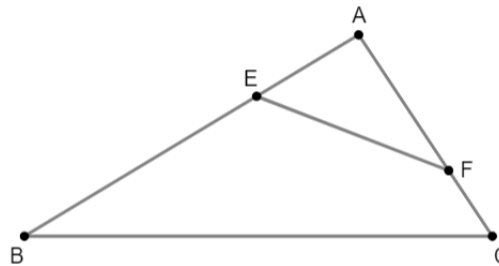
(2p) a) Arată că $a = \frac{1}{2}$.

(3p) b) Arată că numărul $N = 2(a+b)$ aparține intervalului $(2, \sqrt{7})$.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

5p

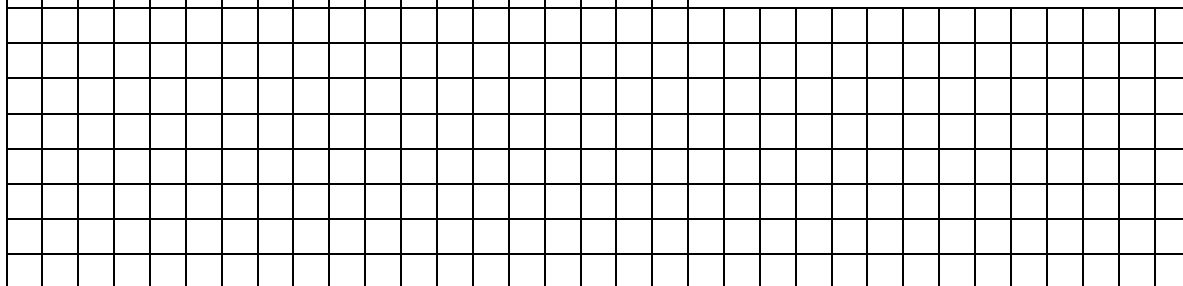
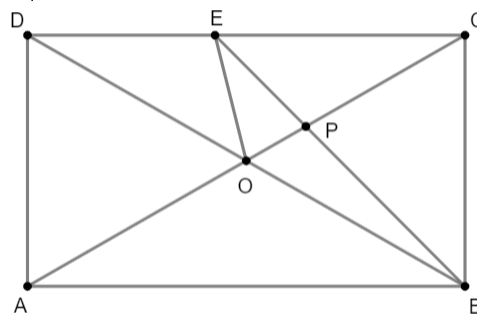
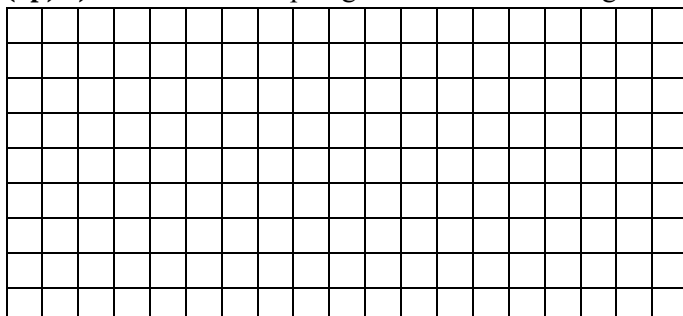
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC dreptunghic în A cu $AB = 16$ cm, $AC = 12$ cm, punctele E și F sunt situate pe segmentele AB și AC , astfel încât $AE = 6$ cm și $AF = 8$ cm.
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48 cm.



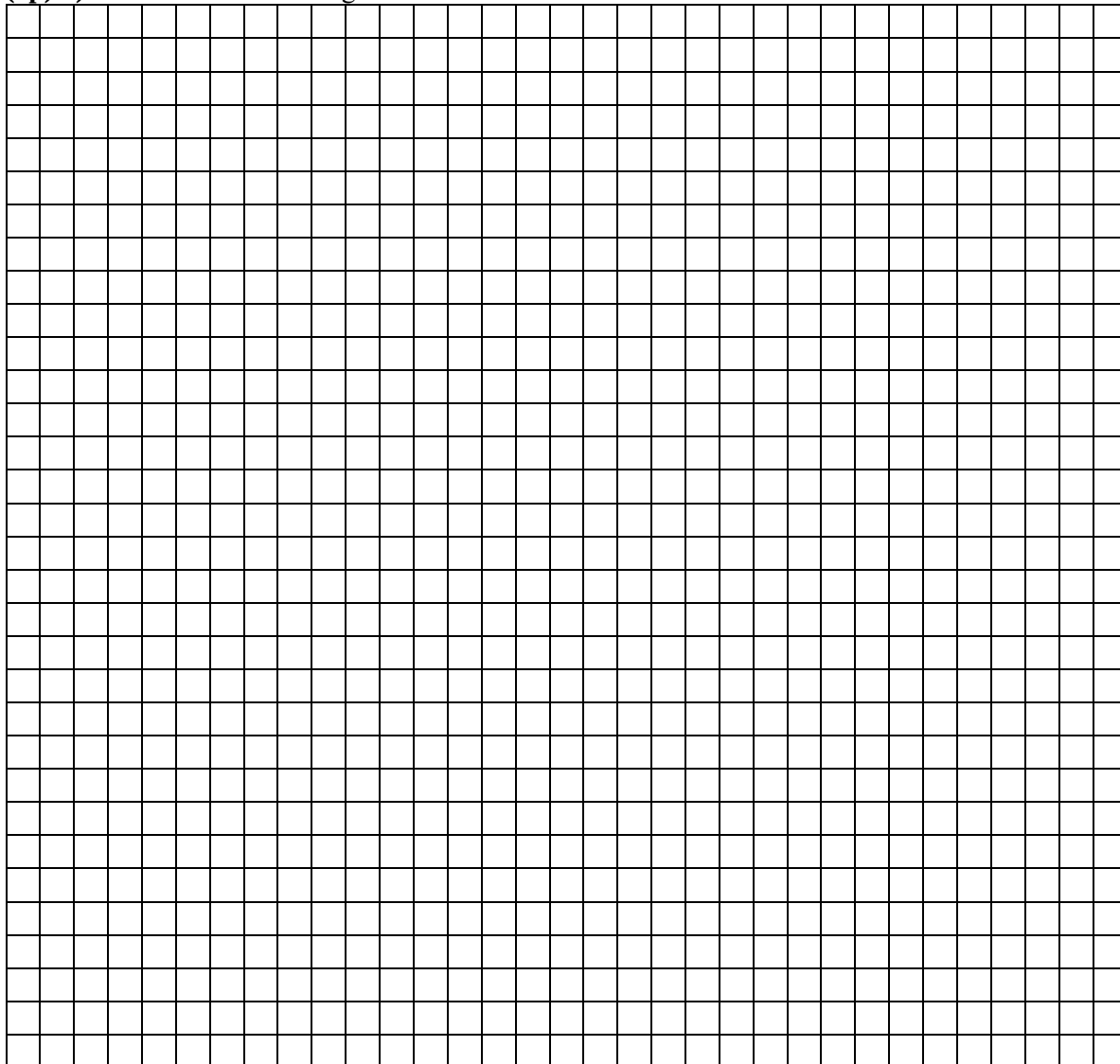
(3p) b) Perpendiculara din A pe BC intersectează dreapta EF în punctul P . Demonstrează că punctul P este mijlocul segmentului EF .

- 5p 5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AD = 4$ cm și $DB = 8$ cm. Bisectoarea unghiului ABC intersectează diagonala AC în P și latura DC în E .

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $16\sqrt{3}$ cm².



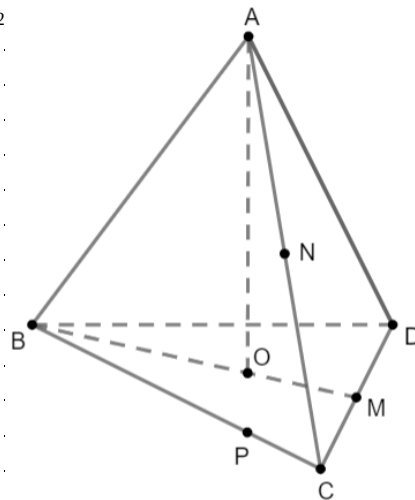
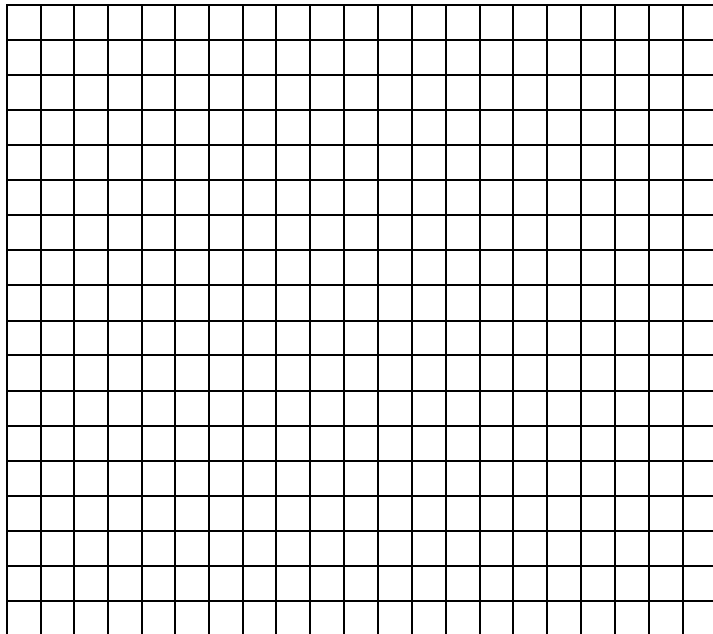
(3p) b) Demonstrează că triunghiul POE este isoscel.



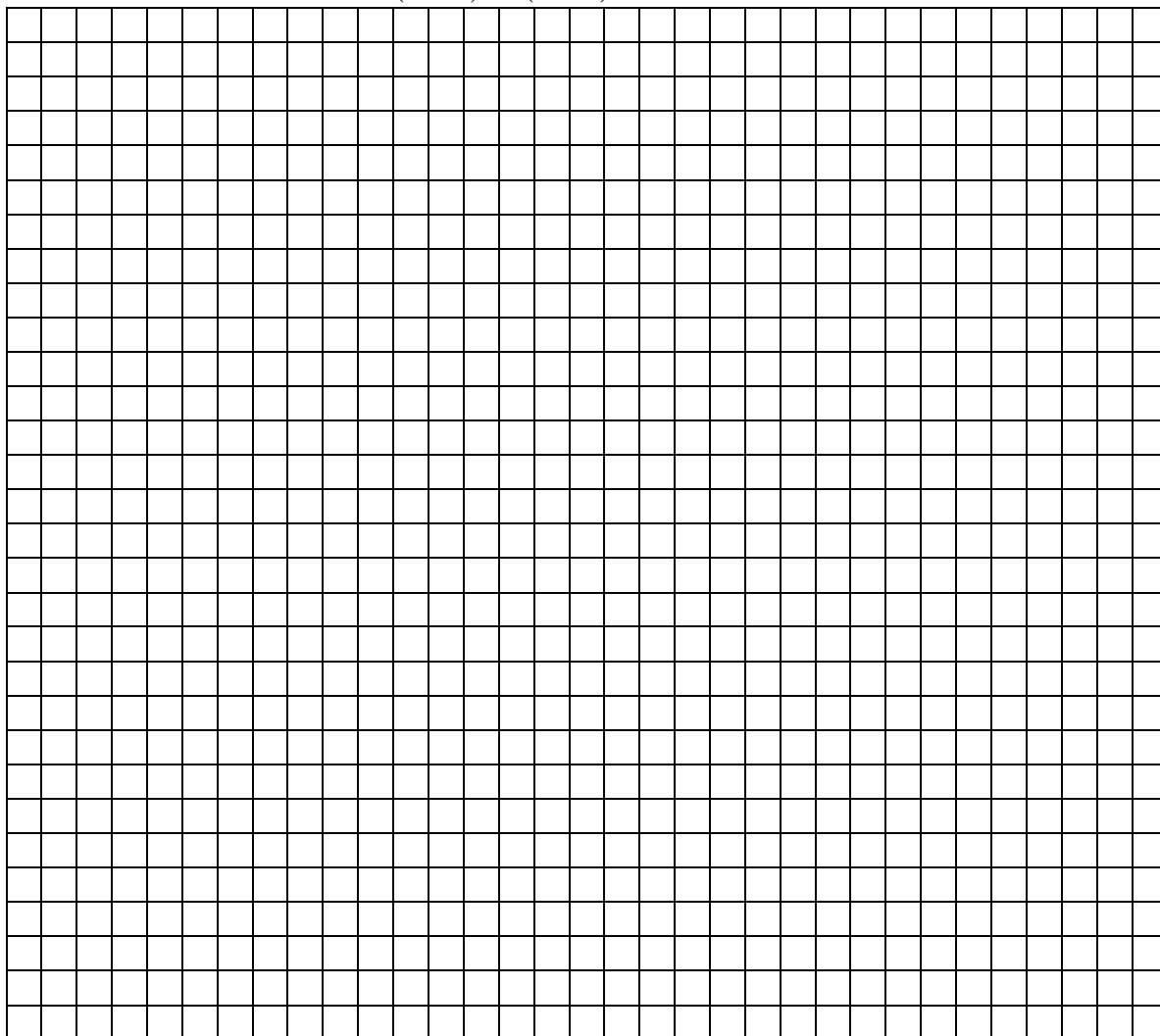
5p

6. În figura alăturată este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ cu $AB = 12$ cm, unde O este centrul cercului circumscris triunghiului BCD . Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor CD , respectiv AC . Punctul P aparține segmentului BC , astfel încât $BP = 3PC$.

(2p)a) Arată că aria triunghiului BCD este egală cu $36\sqrt{3}$ cm²



(3p) b) Demonstrează că planele (MNP) și (AOD) sunt paralele.



A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins or additional markings on the page.

**SIMULAREA EXAMENULUI DE EVALUARE NAȚIONALĂ
PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a
17 ianuarie 2023**

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $161:18=8$ rest 17, $17 \neq 5$, deci nu este posibil ca numărul de elevi să fie egal cu 161.	1p 1p
	b) $n=12c_1+5, n=18c_2+5, n=24c_3+5$, unde n este numărul de elevi $\Rightarrow$ $n-5$ este multiplu comun al numerelor 12, 18 și 24 n este cuprins între 100 și 200, deci $n-5=144 \Rightarrow n=149$	1p 1p 1p
2.	a) $E(x)=2x^2-5x+x^2+10x+25-x^2-4x-4-x^2+9-30=$ $=x^2+x$, pentru orice număr real x	1p 1p
	b) $E(n)=n^2+n$, pentru orice număr natural n $E(n)=n(n+1)$, unde n și $n+1$ sunt numere consecutive, deci unul dintre ele este par $\Rightarrow E(n)$ este număr par.	1p 1p 1p

3.	a) $a = \frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 12\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} =$ $= \frac{2\sqrt{6}}{12\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{2}$	1p
	b) $b = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow 2(a+b) = \frac{13}{5},$ $2 < \frac{13}{5} < \sqrt{7} \Leftrightarrow \sqrt{100} < \sqrt{169} < \sqrt{175}$	2p
		1p
4.	a) Teorema lui Pitagora în $\triangle ABC$: $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 20$ cm. $P_{\triangle ABC} = 16 + 12 + 20 = 48$ cm.	1p
		1p
	b) $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$ și $\angle BAC = \angle FAE \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AFE \Rightarrow \angle AEF = \angle ACB$ și $\Rightarrow \angle AFE = \angle ABC$ $\angle PAF = \angle ABC$ și $\angle PAE = \angle ACB$ (au același complement) $\Rightarrow$ $\triangle APF, \triangle APE$ sunt isoscele, deci $AP = FP = PE \Rightarrow P$ mijlocul segmentului EF.	1p
		1p
5.	a) Teorema lui Pitagora în $\triangle ABD$: $AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow BD = 4\sqrt{3}$ cm $A_{ABCD} = AB \cdot AD = 16\sqrt{3}$ cm²	1p
		1p
	b) $\angle CBE = 45^\circ \Rightarrow \triangle CEB$ este isoscel $\Rightarrow CE = CB$, $AD = \frac{DB}{2} \Rightarrow \angle ABD = 30^\circ \Rightarrow \triangle CBO$ este echilateral $\Rightarrow CO = CB \Rightarrow CE = CB = CO \Rightarrow$ $\angle EOC = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$, $\angle OPE = \angle CPB = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$, deci triunghiul POE este isoscel.	1p
		1p
		1p
6.	a) $BC = AB = 12$ cm, triunghiul BCD este echilateral $\Rightarrow A_{ABCD} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ $A_{ABCD} = \frac{12^2\sqrt{3}}{4}$ cm² = $36\sqrt{3}$ cm²	1p
		1p
	b) MN este linie mijlocie în triunghiul $ACD \Rightarrow MN \parallel AD, AD \subset (AOD) \Rightarrow MN \parallel (AOD)$ O este centrul cercului circumscris triunghiului $BCD, OD \cap BC = \{R\}, R$ mijlocul lui BC $\Rightarrow P$ mijlocul lui $RC \Rightarrow MP$ este linie mijlocie în triunghiul $RCD \Rightarrow$ $\Rightarrow MP \parallel DR, DR \subset (AOD) \Rightarrow MP \parallel (AOD)$, deci $(AOD) \parallel (MNP)$.	1p
		1p
		1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a****Anul școlar 2022 – 2023****Matematică****Simulare județeană**

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

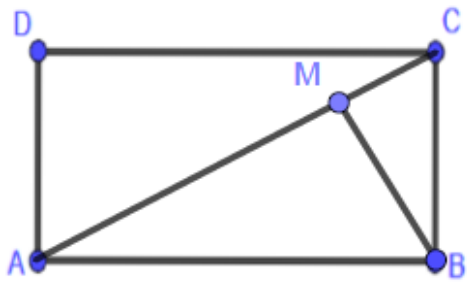
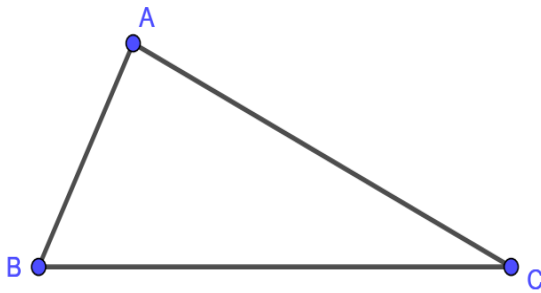
5p	1. Rezultatul calculului $120 - 111:3$ este egal cu: a) 3 b) 81 c) 83 d) 9																		
5p	2. Știind că $\frac{5a-2b}{3a+4b} = \frac{2}{3}$, atunci $\frac{a}{b}$ este egal cu: a) $\frac{9}{14}$ b) $\frac{14}{9}$ c) $\frac{13}{9}$ d) $\frac{1}{13}$																		
5p	3. Dacă 40% din a este 20, atunci valoarea numărului a este egală cu: a) 100 b) 75 c) 40 d) 50																		
5p	4. Situația notelor obținute de elevii unei clase la un test de evaluare este ilustrată în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Nota</td><td>10</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr><tr><td>Nr. elevi</td><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr></table> Media clasei la test este: a) 7,3 b) 7,5 c) 8 d) 7	Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	Nr. elevi	2	3	6	5	4	2	2	1
Nota	10	9	8	7	6	5	4	3											
Nr. elevi	2	3	6	5	4	2	2	1											

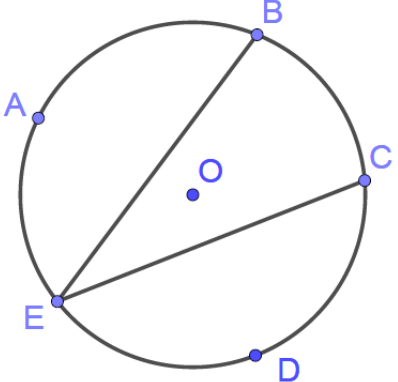
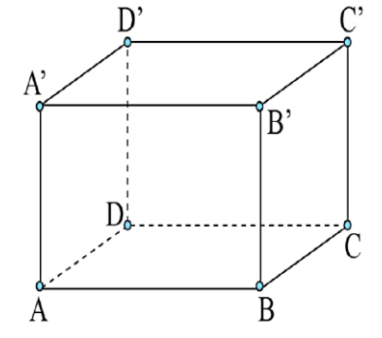
5p	5. Suma numerelor întregi din intervalul $[-5; 5)$ este egală cu: a) 0 b) 5 c) -5 d) -9
5p	6. Suma a două numere este 480, iar diferența lor este egală cu 240. Afirmația „unul dintre numere este o treime din celălalt” este: a) Adevărată b) Falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată punctele A, M, N și B sunt coliniare, $AM = \frac{1}{4}$ din AB, $AB = 16$ cm, N este mijlocul segmentului MB, iar P este mijlocul lui NB. Lungimea segmentului AP este: a) 12 cm b) 13 cm c) 14 cm d) 15 cm	
5p	2. În dreptunghiul ABCD, $AB > BC$, $BM \perp AC$, $M \in AC$. Dacă $CM = 3$ cm, $AM = 12$ cm, atunci aria dreptunghiului ABCD este egală cu: a) 45 cm^2 b) 90 cm^2 c) 100 cm^2 d) 50 cm^2	
5p	3. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A. Știind că $AB = 6$ cm și $BC = 12$ cm, aflați lungimea laturii AC. a) 8 cm b) 6 cm c) $6\sqrt{3}$ cm d) $6\sqrt{2}$ cm	
5p	4. Figura alăturată reprezintă un dreptunghi ABCD, cu lungimea $AB = 12$ m, iar lățimea $AD = 9$ m. Atunci raza cercului circumscris dreptunghiului este egală cu: a) 6 m b) 7 m c) 4,5 m d) 7,5 m	

5p	5. În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E se află pe cercul de centru O, astfel încât arcele mici AB, CD, DE și EA sunt congruente și au măsura egală cu 80°. Măsura unghiului $\sphericalangle BEC$ este egală cu: a) 40° b) 10° c) 80° d) 20°	
5p	6. În figura alăturată este reprezentată o cutie în formă de cub $ABCD A'B'C'D'$ care are diagonala feței $ADD'A'$ egală cu $9\sqrt{2}$ cm. Diagonala cubului are lungimea egală cu: a) $9\sqrt{3}$ cm b) 9 cm c) $6\sqrt{2}$ cm d) $8\sqrt{3}$ cm	

SUBIECTUL al III-lea

Scrive rezolvările complete.

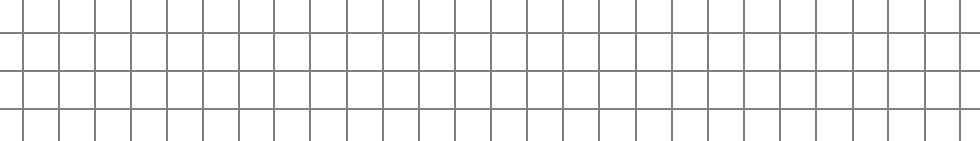
(30 de puncte)

5p	1. Numerele a și b sunt direct proporționale cu 5 și 8, numerele b și c sunt invers proporționale cu 3 și 2, iar $3a + 2b - c = 57$. (2p) a) Demonstrați că $c = 2,4 \cdot a$.
----	---

[illegible]

5p

(2)



(3)

A full-page sheet of white graph paper featuring a uniform grid of thin, light gray horizontal and vertical lines. The grid covers the entire area of the page, creating a series of small squares suitable for technical drawing or mathematics.

5p

3. Se consideră numerele $a = \sqrt{5} \cdot (4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}) - 2(2\sqrt{10} + 3)$ și

$$b = 2\sqrt{7} \cdot (3 + \sqrt{3}) - 2(3 + \sqrt{21}) - 6(\sqrt{7} - 7)$$

(2p) a) Arătați că a este număr întreg.

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high, covering the entire area of the page. There are no margins or other markings on the paper.

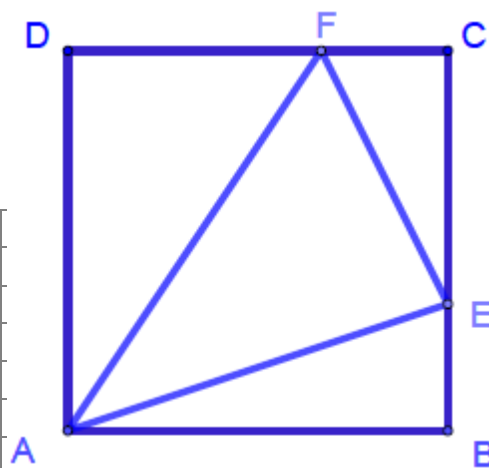
(3p) b) Calculați media geometrică a numerelor a și b .

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, dark gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

5p

4. Fie $ABCD$ un pătrat de latură 6 cm și punctele $E \in BC, F \in CD$ astfel încât $BE = FC = \frac{1}{3} \cdot BC$.

(2p) a) Calculați aria triunghiului AEF .

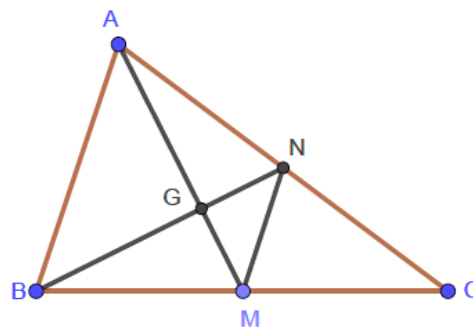


(3p) b) Arătați că distanța de la punctul E la latura AF este în intervalul $(3; 4)$.

5 p

5. În triunghiul ABC , AM și BN sunt mediane, $M \in BC$, $N \in AC$, iar $AM \cap BN = \{G\}$. Se știe că aria triunghiului ABC este egală cu 120 cm^2 .

(2p) a) Arătați că $\triangle MNG \sim \triangle ABG$

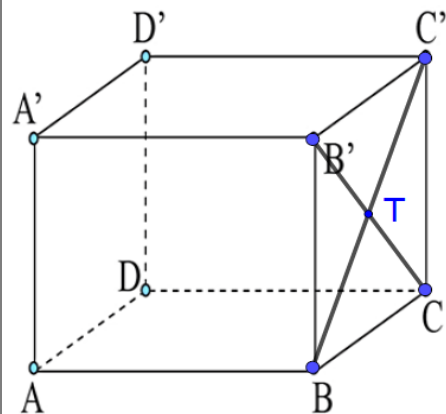


(3p) b) Calculați aria triunghiului ABG .

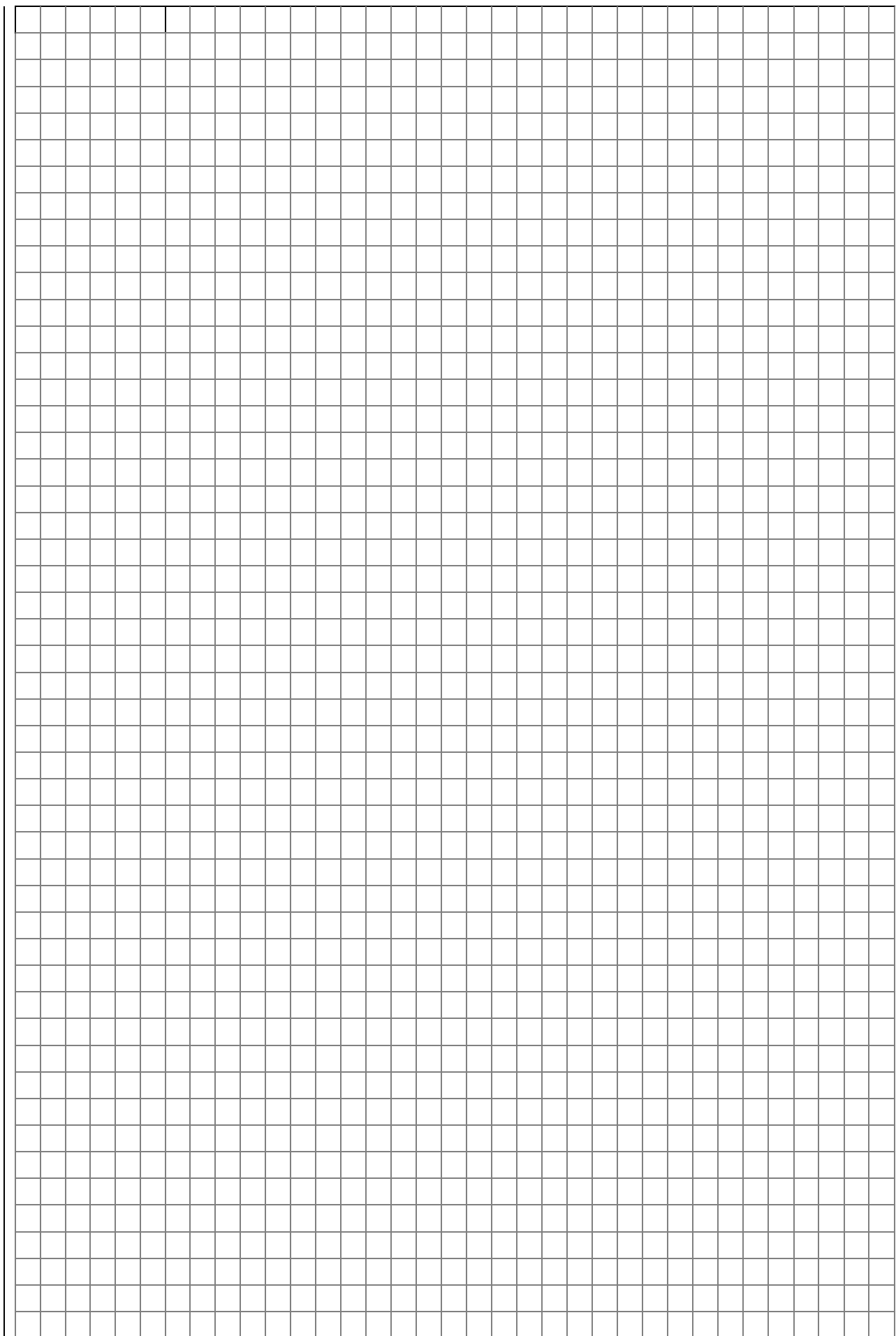
5p

6. Fie cubul $ABCDAA'B'C'D'$ cu lungimea laturii de 6 cm, $BC' \cap B'C = \{T\}$.

a) (2p) Calculați distanța de la D' la AC .



(3p) b) Calculați cosinusul unghiului dintre AT și $D'C$.



EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022-2023

MATEMATICĂ
SIMULARE_2023
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă 5 puncte sau 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	c	5p
2.	b	5p
3.	d	5p
4.	d	5p
5.	c	5p
6.	a	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	b	5p
2.	b	5p
3.	c	5p
4.	d	5p
5.	d	5p
6.	a	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\frac{a}{5} = \frac{b}{8} \Rightarrow b = \frac{8a}{5}; b \cdot 3 = c \cdot 2 \Rightarrow b = \frac{2c}{3}$	1p
	$\frac{8a}{5} = \frac{2c}{3} \Rightarrow c = \frac{24a}{10} = 2,4 \cdot a$	1p
	b) $3 \cdot \frac{5b}{8} + 2b - \frac{3b}{2} = 57$	1p
	$38 \cdot b = 16 \cdot 57 \Rightarrow b = 24$ $a = 15; c = 36$	1p 1p
2.	a) Aducerea la același numitor Efectuarea corectă a calculelor și finalizarea : $E(x) = \frac{x+1}{x-1}$	1p 1p
	b) $\frac{x-1}{x-1} \cdot \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow x-1 \mid 2 \Rightarrow x-1 \in D_2$ $x \in \{-1; 0; 2; 3\}$ $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\} \Rightarrow x \in \{0; 2; 3\}$	1p 1p 1p

3.	a) $a = 4\sqrt{10} + 15 - 4\sqrt{10} - 6$ $a = 9 \in \mathbb{Z}$	1p 1p
	b) $b = 6\sqrt{7} + 2\sqrt{21} - 6 - 2\sqrt{21} - 6\sqrt{7} + 42$ $b = 36$ $M_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{9 \cdot 36} = 18$	1p 1p 1p
4.	a) $A_{AEF} = A_{ABCD} - A_{AEB} - A_{ECF} - A_{ADF} =$ $= 36 - 6 - 4 - 12 = 14 \text{ cm}^2$	1p 1p
	b) $AF = 2\sqrt{13} \text{ cm},$ $\frac{AF \cdot d(E, AF)}{2} = 14 \Rightarrow d(E, AF) = \frac{14\sqrt{13}}{13} \text{ cm}$ $3 < \frac{14}{\sqrt{13}} < 4 \Leftrightarrow 9 \cdot 13 < 196 < 16 \cdot 13 \Leftrightarrow 117 < 196 < 208$ "Adev"	1p 1p 1p
5.	a) M mijl. lui BC, N mijl. lui AC $\Rightarrow$ MN linie mijlocie în triunghiul ABC $\Rightarrow MN \parallel AB \xrightarrow{T.F.A.} \Delta MNG \sim \Delta ABG$	1p 1p
	b) $A_{ABC} = 120 \text{ cm}^2$, AM mediană $\Rightarrow A_{ABM} = \frac{A_{ABC}}{2} = 60 \text{ cm}^2$ G centrul de greutate în $\Delta ABC \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ $\frac{A_{ABG}}{A_{ABM}} = \frac{2}{3} \Rightarrow A_{ABG} = 40 \text{ cm}^2$	1p 1p 1p
6.	a) fie $\{O\} = AC \cap BD$, din $T \text{ } 3 \perp$ sau demonstrând că $\Delta D'AC$ este isoscel, $d(D', AC) = D'O$ $d(D', AC) = 3\sqrt{6} \text{ cm}$	1p 1p
	b) fie $\{S\} = A'C' \cap B'D'$, atunci ST este linie mijlocie în $\Delta B'CD'$, $ST \parallel D'C \Rightarrow \sphericalangle(AT; D'C) = \sphericalangle(AT; ST) = \sphericalangle ATS$ ΔATS isoscel, $AT=AS= D'O = 3\sqrt{6} \text{ cm}$ Fie P mijlocul lui TS, În ΔATP avem $\cos \sphericalangle(ATP) = \frac{TP}{AT} = \frac{\sqrt{3}}{6}$	1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

SIMULARE JUDEȚEANĂ

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Decembrie 2022
Matematică**

Numele:

Prenumele :.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:.....

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect

(30 puncte)

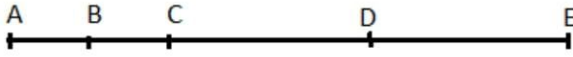
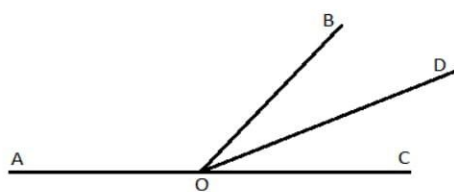
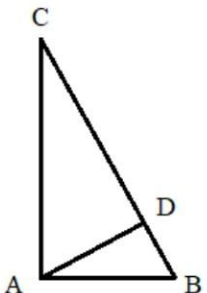
5p	1. Rezultatul calculului $2 + 216:2$ este: a) 19 b) 110 c) 20 d) 109
5p	2. Un obiect costă 240 lei. După o ieftinire cu 15%, noul preț este: a) 204 lei b) 36 lei c) 276 lei d) 225 lei
5p	3. Dacă $\frac{a}{3} = \frac{5}{b}$, atunci rezultatul calculului $30-2ab$ este egal cu : a) 8 b) 2 c) 15 d) 0
5p	4. Scris sub formă de fracție ordinară ireductibilă, numărul $2,(3)$ este egal cu: a) $\frac{23}{10}$ b) $\frac{7}{3}$ c) $\frac{7}{30}$ d) $\frac{23}{9}$

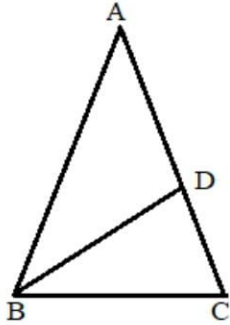
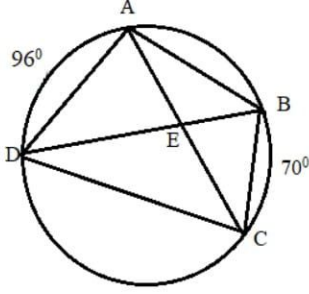
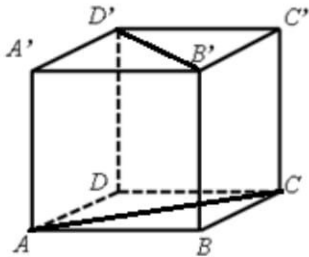
5p	5. Suma numerelor întregi din intervalul $(-4, \sqrt{5}]$ este egală cu: a) -9 b) -7 c) -3 d) 0								
5p	6. Ana, Gelu, Maria și Radu, au calculat media aritmetică a numerelor $a = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ și $b = \sqrt{12} - \sqrt{2}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor: <table><tr><th>Ana</th><th>Gelu</th><th>Maria</th><th>Radu</th></tr><tr><td>$2\sqrt{2}$</td><td>$4\sqrt{3} + \sqrt{2}$</td><td>$4\sqrt{3}$</td><td>$2\sqrt{3}$</td></tr></table> Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este: a) Ana b) Gelu c) Maria d) Radu	Ana	Gelu	Maria	Radu	$2\sqrt{2}$	$4\sqrt{3} + \sqrt{2}$	$4\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$
Ana	Gelu	Maria	Radu						
$2\sqrt{2}$	$4\sqrt{3} + \sqrt{2}$	$4\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$						

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect

(30 puncte)

5p	1. A, B, C, D, E sunt puncte coliniare, în această ordine, astfel încât B este mijlocul segmentului AC și D este mijlocul segmentului CE. Valoarea raportului $\frac{BD}{AE}$ este egală cu: a) 0,2 b) 2 c) 0,5 d) 0,(3)	
5p	2. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplementare, semidreapta OD este bisectoarea unghiului BOC și măsura unghiului AOD este de 154°. Măsura unghiului BOD este egală cu: a) 36° b) 18° c) 26° d) 13°	
5p	3. Triunghiul dreptunghic ABC are înălțimea AD egală cu 6 cm. Dacă $CD=4BD$, atunci aria triunghiului ABC este egală cu: a) 45 cm^2 b) 90 cm^2 c) 135 cm^2 d) 120 cm^2	

5p	4. În triunghiul isoscel ABC, $AB=AC$, măsura unghiului A este de 36° și BD este bisectoarea unghiului ABC. Dacă latura BC are lungimea egală cu 12 cm, atunci lungimea segmentului BD este egală cu: a) $12\sqrt{2}$ cm b) 11 cm c) $6\sqrt{2}$ cm d) 12 cm 
5p	5. Punctele A, B, C, D sunt pe cerc astfel încât arcul AD are măsura de 96° și arcul BC are măsura de 70°. Dacă $AC \cap BD = \{E\}$, atunci măsura unghiului DEC este egală cu: a) 97° b) 83° c) 73° d) 107° 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului dintre dreptele $B'D'$ și AC este egală cu: a) 0° b) 180° c) 90° d) 45° 

SUBIECTUL al III-lea

Scriveți rezolvările complete

(30 puncte)

5p	1. Vlad și-a propus să rezolve în vacanță, un set de probleme. Dacă ar rezolva câte trei probleme pe zi, i-ar rămâne nerezolvate 11 probleme. Dacă ar rezolva câte șapte probleme pe zi, i-ar rămâne șapte zile libere. (2p) a) Este posibil ca setul să conțină 66 de probleme? Justifică răspunsul.
----	---

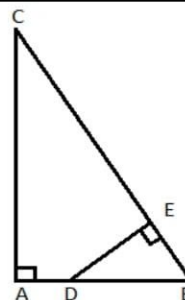
2. Se consideră numerele $a = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$ și $b = \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2} + \sqrt{6})}{2}$.

(2p) a) Arată că $b = 2 + \sqrt{3}$

		(3p) b) Arată că numărul $n = (a + b)^2 - a \cdot b$ este număr natural.
5p		3. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 1)^2 - 3(x - 1)(x + 1) - (x + 3)^2$ (2p) a) Arată că $E(x) = -10x - 5$ (3p) b) Dacă mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} / 15 - E(x) \leq 10\}$, calculează $A \cap \mathbb{Z}$.

5p

4. Triunghiul dreptunghic ABC are ipotenuza $BC=25\text{ cm}$ și cateta $AC=20\text{ cm}$.

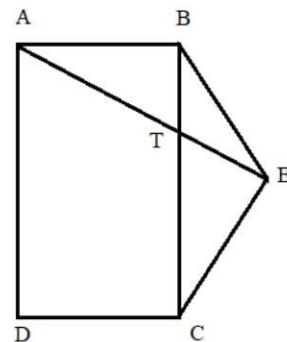


(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 150 cm^2 .

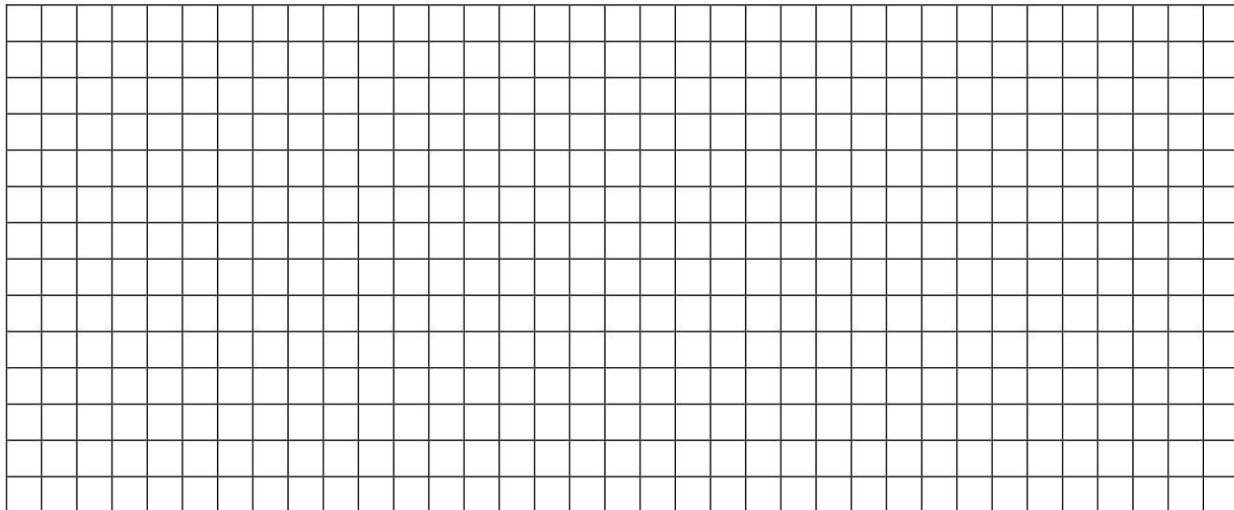
(3p) b) Dacă punctul D se află pe latura AB astfel încât $BD=2AD$, iar $DE \perp BC$, $E \in BC$, calculează perimetrul patrulaterului $ADEC$.

5p

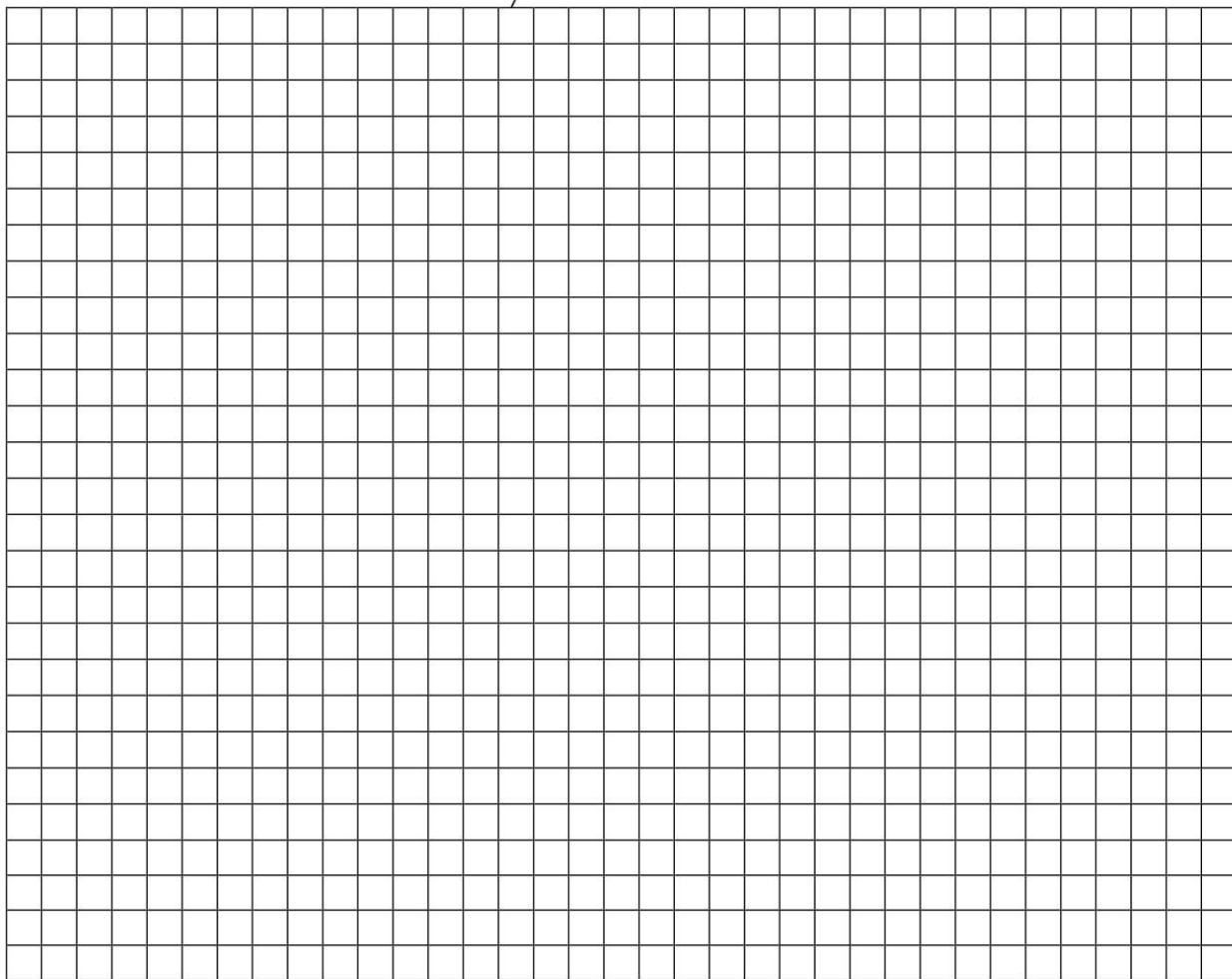
5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB=12$ cm. Triunghiul isoscel BCE cu $BE=EC=12$ cm, are măsura unghiului $BEC=120^\circ$.



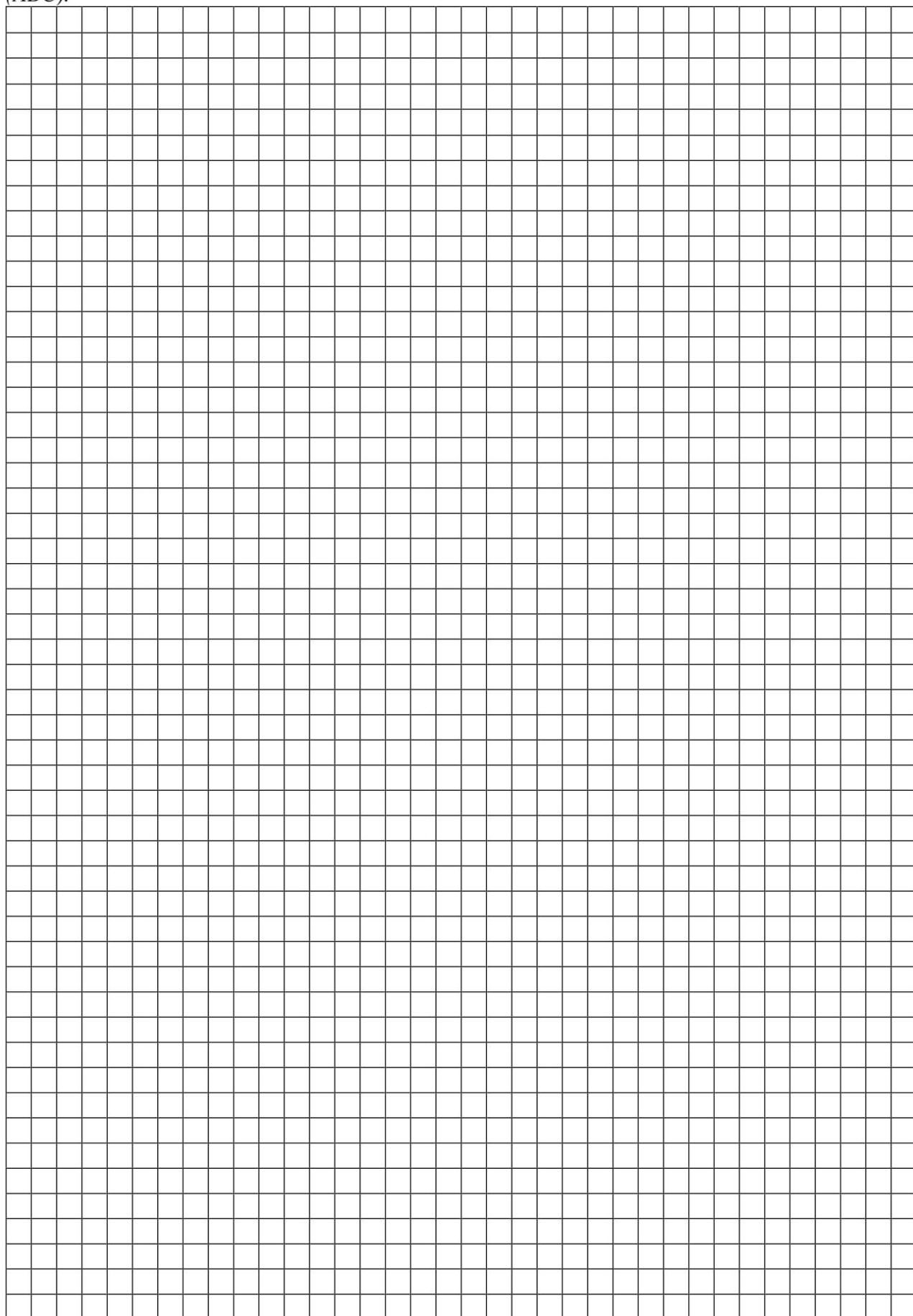
(2p) a) Arată că $BC=12\sqrt{3}$ cm.



(3p) b) Demonstrează că $\sin(\angle ADT) = \frac{\sqrt{21}}{7}$, unde $\{T\} = AE \cap BC$.



(3p) b) Se consideră M mijlocul muchiei BC și $AC \cap BD = \{O\}$. Dacă T este mijlocul muchiei VC , $BT \cap VM = \{P\}$ și $AT \cap VO = \{Q\}$, demonstrează că dreapta QP este paralelă cu planul (ABC) .



Evaluarea națională pentru absolvenții clasei a VIII-a
Ianuarie 2022
Matematică
Barem de evaluare și de notare

Simulare județeană

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea:

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1.	a) $\frac{2}{3} \cdot 15 = 10$ băieți	1p
	$15 + 4 = 19 \neq 2 \cdot 10 \Rightarrow$ în grup nu pot fi 15 fete	1p
	b) $b = \frac{2}{3} \cdot f, f + 4 = 2b$	1p
	$f = 2b - 4 \Rightarrow b = \frac{2}{3}(2b - 4)$ $4b - 8 = 3b \Rightarrow b = 8$	1p 1p
2.	a) $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 8x$	1p
	$E(x) = 8x + x^2 - 4 - 7x + 5 = x^2 + x + 1$	1p

	b) $E(x) = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$ $E(x) = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$ $E(x) \geq \frac{3}{4} > 0$	1p 1p 1p
3.	a) $-3 < \frac{x+1}{2} < 1 \Leftrightarrow -6 < x+1 < 2$ $-7 < x < 1 \Rightarrow x \in (-7; 1)$ b) $-5 \leq 2x+1 \leq 5 \quad B = [-3, 2]$ $A \cap B = [-3, 1)$ $(A \cap B) \cap \mathbb{Z} = \{-3, -2, -1, 0\}$	1p 1p 1p 1p
4.	a) $MQ \perp AB, AC \perp AB \Rightarrow AC \parallel MQ, AP = PB \Rightarrow PQ = \text{linie mijlocie în } \triangle ABC$ $PQ = \frac{AC}{2} = \frac{6 \text{ cm}}{2} = 3 \text{ cm}$ b) $\sphericalangle ACM = \sphericalangle BCM; \sphericalangle ACM = \sphericalangle QMC \Rightarrow \triangle QMC \text{ isoscel} \Rightarrow QM = CQ = 5 \text{ cm}$ $P_{PMB} = (6 + 2\sqrt{5}) \text{ cm}$ $6 + 2\sqrt{5} < 11 \Leftrightarrow 2\sqrt{5} < 5 \Leftrightarrow \sqrt{20} < \sqrt{25} \text{ (A)}$	1p 1p 1p 1p
5.	a) OB și OC sunt raze în cerc $\Rightarrow OB = OC = 5 \text{ cm}$ $\triangle BOC$ isoscel cu un unghi de $60^\circ \Rightarrow \triangle BOC$ echilateral $\Rightarrow BC = 5 \text{ cm}$ b) $AC = 10 \text{ cm} \Rightarrow AB = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ $A_{ABCD} = AB \cdot BC = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$ $A_{\text{hașurată}} = A_{\text{disc}} - A_{ABCD} = 25\pi - 25\sqrt{3} = 25(\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$	1p 1p 1p 1p
6.	a) $AO=OE$ și $EM=MF \Rightarrow OM$ linie mijlocie în triunghiul $EAF \Rightarrow OM \parallel AF$ $OM \parallel AF, AF \subset (ABF), OM \not\subset (ABF) \Rightarrow OM \parallel (ABF)$ b) $OM \parallel AF$ și $EB \parallel FC \Rightarrow \sphericalangle(OM, EB) = \sphericalangle(AF, FC)$ În $\triangle ACF$: $\sphericalangle ACF = 90^\circ, CF = \frac{1}{2} AF \Rightarrow \sphericalangle AFC = 60^\circ$	1p 1p 2p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

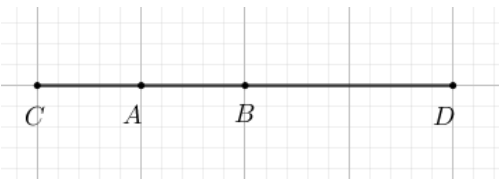
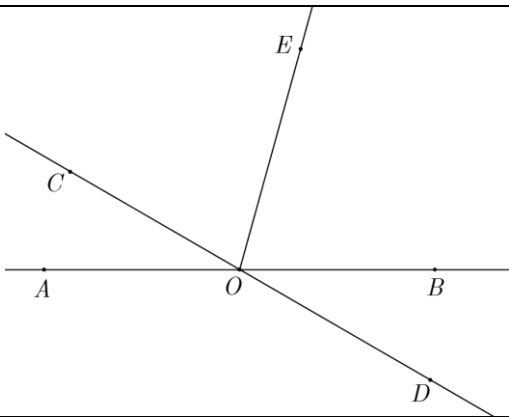
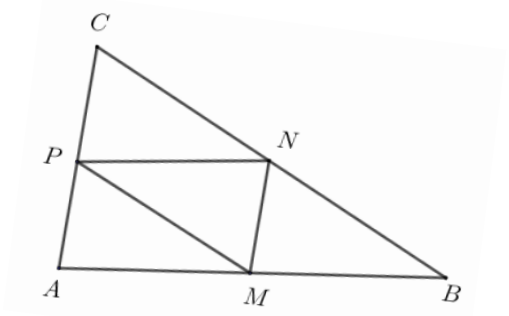
5p	1. Numărul natural scris în baza zece, de forma $\overline{17x}$, divizibil cu 10, este egal cu: a) 17 b) 70 c) 100 d) 170
5p	2. Numărul care reprezintă 20% din 50 este egal cu: a) 10 b) 20 c) 25 d) 100
5p	3. Suma numerelor întregi din intervalul $[-2,3]$, este egală cu: a) -9 b) -3 c) 3 d) 6
5p	4. Inversul numărului $\frac{2}{3}$ este numărul: a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

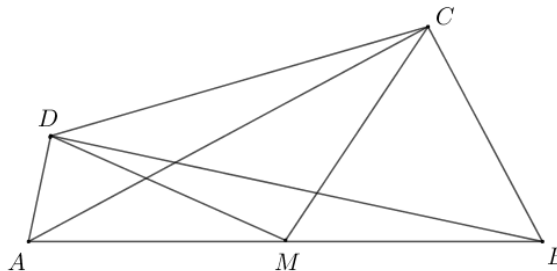
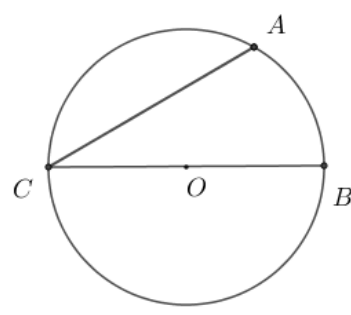
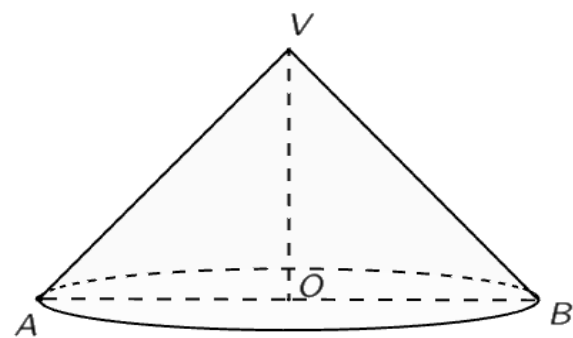
5p	5. Patru elevi, Elena, Maria, George și Mihai, au calculat media geometrică a numerelor $x = 3 - 2\sqrt{2}$ și $y = 3 + 2\sqrt{2}$ și au obținut următoarele rezultate: <table><tr><td>Elena</td><td>Maria</td><td>George</td><td>Mihai</td></tr><tr><td>$\sqrt{17}$</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>1</td><td>3</td></tr></table> Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este: a) Elena b) Maria c) George d) Mihai	Elena	Maria	George	Mihai	$\sqrt{17}$	$\sqrt{2}$	1	3
Elena	Maria	George	Mihai						
$\sqrt{17}$	$\sqrt{2}$	1	3						
5p	6. Afirmația „Numărul 4 este mai mare decât numărul $2\sqrt{5}$.” este: a) adevărată b) falsă								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată este reprezentat segmentul AB cu lungimea de 5 cm. Punctul C este simetricul punctului B față de punctul A, iar punctul D este simetricul punctului C față de punctul B. Lungimea segmentului CD este egală cu: a) 5cm b) 10cm c) 15cm d) 20cm	
5p	2. În figura alăturată, unghiurile AOC și BOD sunt opuse la vârf. Măsura unghiului AOC este egală cu 30°, iar semidreapta OE este bisectoarea unghiului BOC. Măsura unghiului DOE este egală cu: a) 75° b) 90° c) 105° d) 150°	
5p	3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = 12$ cm, $BC = 13$ cm și $AC = 7$ cm. Punctele M, N și P sunt mijloacele segmentelor AB, BC, respectiv AC. Perimetrul triunghiului MNP este egal cu: a) 8 cm b) 16cm c) 18cm d) 32 cm	

5p	4. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul $ABCD$. Dreapta AC este perpendiculară pe dreapta BC și dreapta AD este perpendiculară pe dreapta BD. Punctul M este mijlocul segmentului AB și măsura unghiului DCM este egală cu 40°. Măsura unghiului CMD este egală cu: a) 80° b) 90° c) 100° d) 120° 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și diametru BC. Punctul A aparține cercului, astfel încât măsura arcului mic AC este egală cu 120°. Măsura unghiului ACB este egală cu: a) 30° b) 60° c) 90° d) 120° 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic VAB și raza bazei conului $AO = 4\text{ cm}$. Generatoarea acestui con are lungimea egală cu: a) 4 cm b) $4\sqrt{2}\text{ cm}$ c) 8 cm d) $8\sqrt{2}\text{ cm}$ 

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

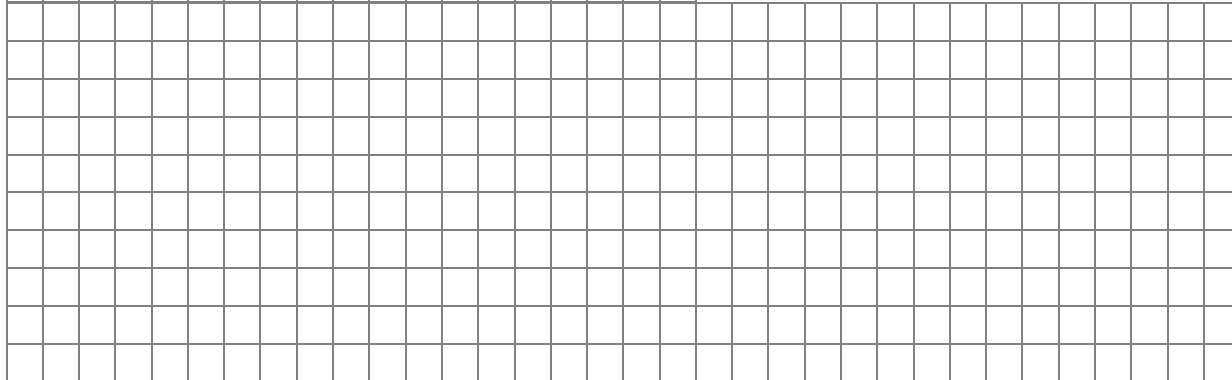
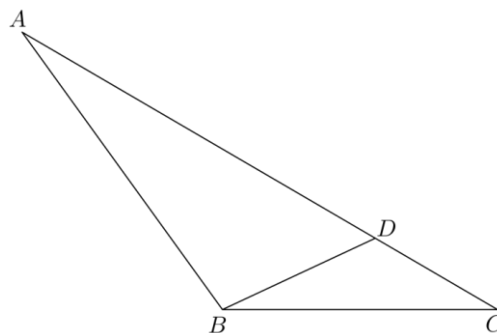
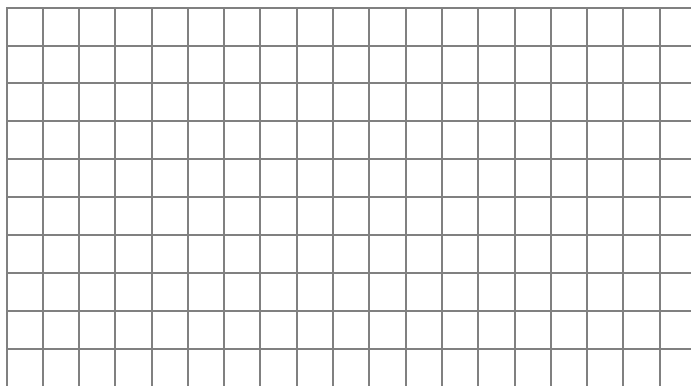
5p	1. Într-un bloc de locuințe sunt 22 de apartamente cu două, respectiv cu patru camere, în total fiind 60 de camere. (2p) a) Este posibil ca în acest bloc să fie 16 apartamente cu patru camere? Justifică răspunsul dat.
----	---

	(3p) b) Determină numărul de apartamente cu două camere din acest bloc.
5p	2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x^2 - 9}{x^2 - 16} - 1\right) : \left(\frac{1}{x + 4} + \frac{1}{x - 4} - \frac{3}{x^2 - 16}\right)$, unde x este număr real, $x \neq -4$, $x \neq 4$ și $x \neq \frac{3}{2}$. (2p) a) Arată că $E(x) = \frac{7}{2x - 3}$, unde x este număr real, $x \neq -4$, $x \neq 4$ și $x \neq \frac{3}{2}$. (3p) b) Determină numerele naturale n pentru care $E(n)$ este număr natural.

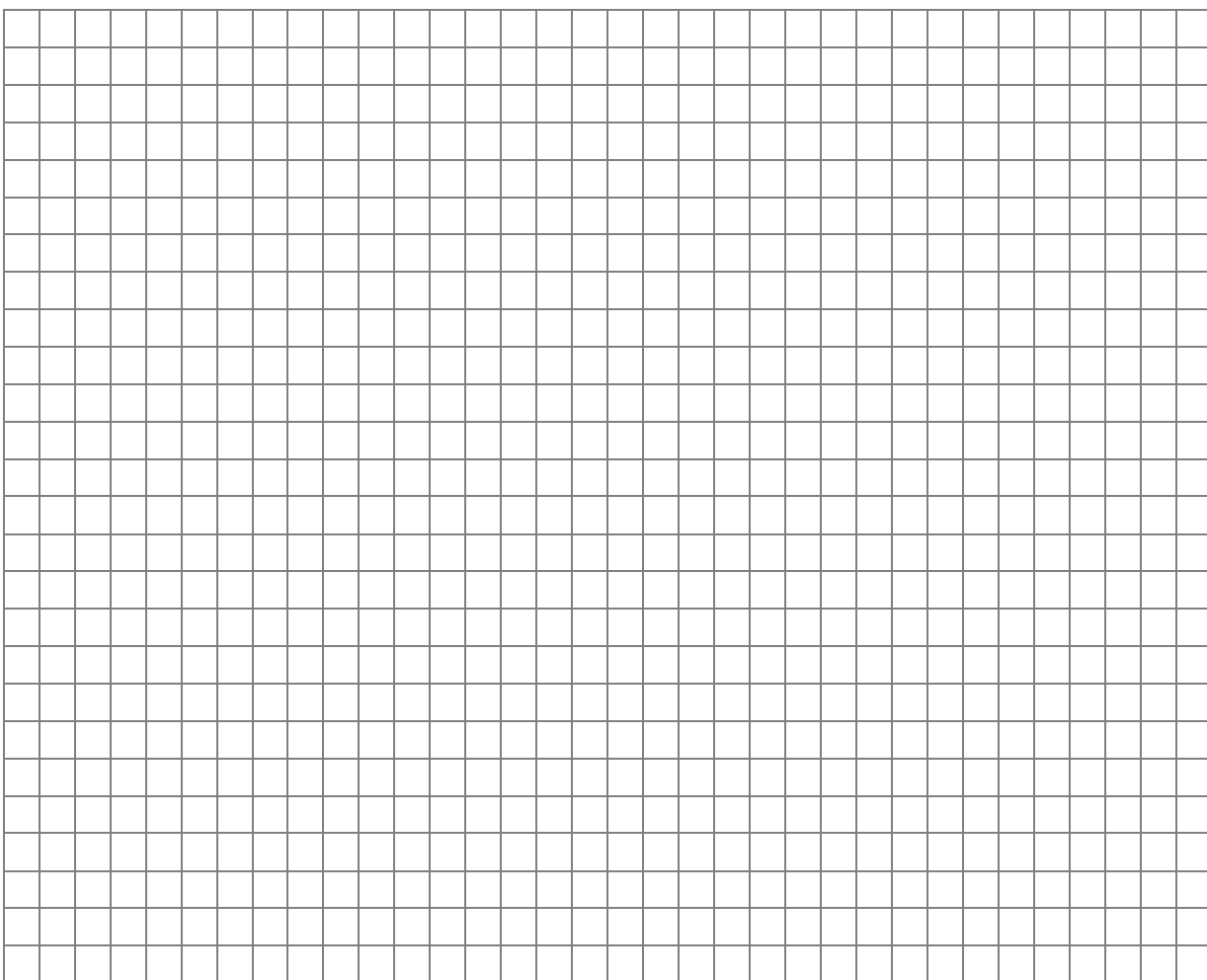
5p

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $BC = 10\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$ și măsura unghiului ACB este egală cu 30° . Punctul D aparține segmentului AC , astfel încât unghiul DBC este congruent cu BAC .

(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 50 cm^2 .



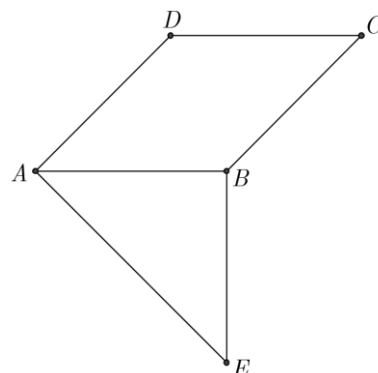
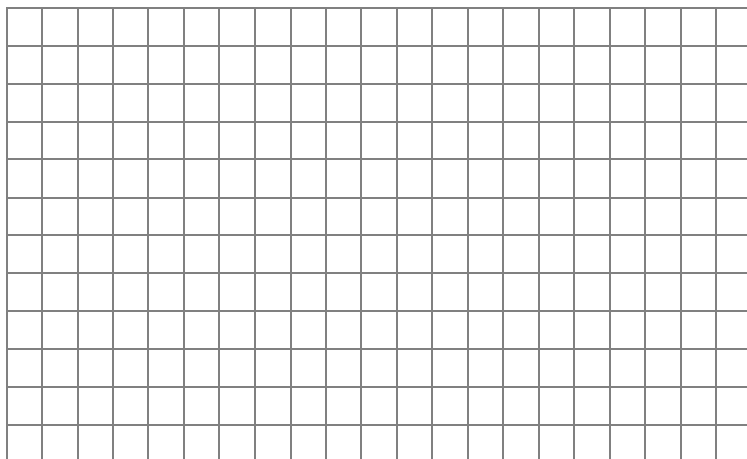
(3p) b) Calculează lungimea segmentului CD .



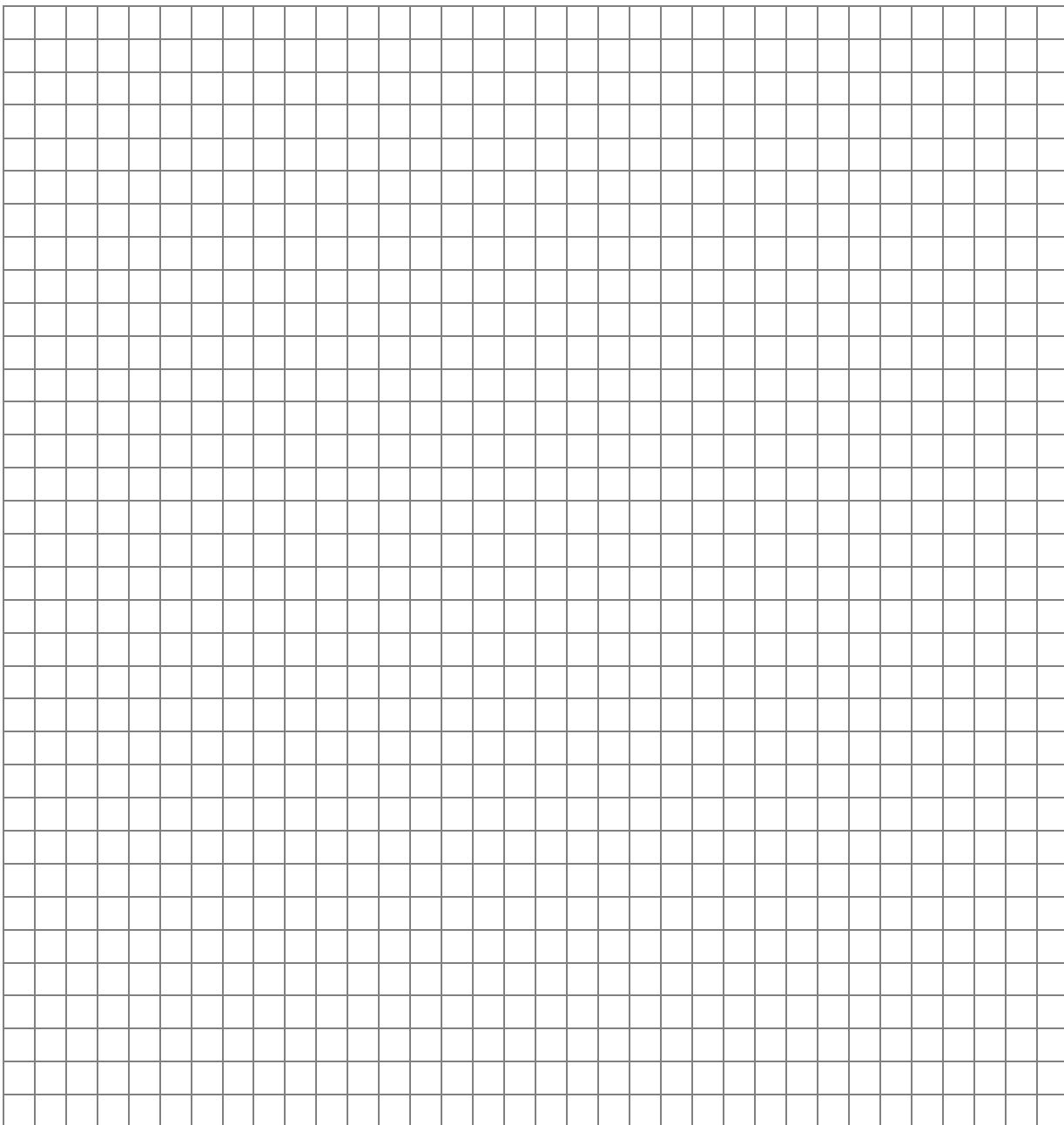
5p

5. În figura alăturată sunt reprezentate rombul $ABCD$ cu măsura unghiului BAD egală cu 45° și triunghiul dreptunghic isoscel ABE cu $AB = BE = 10\text{ cm}$. Punctele C și E sunt de o parte și de alta a dreptei AB .

(2p) a) Arată că dreapta DA este perpendiculară pe dreapta AE .



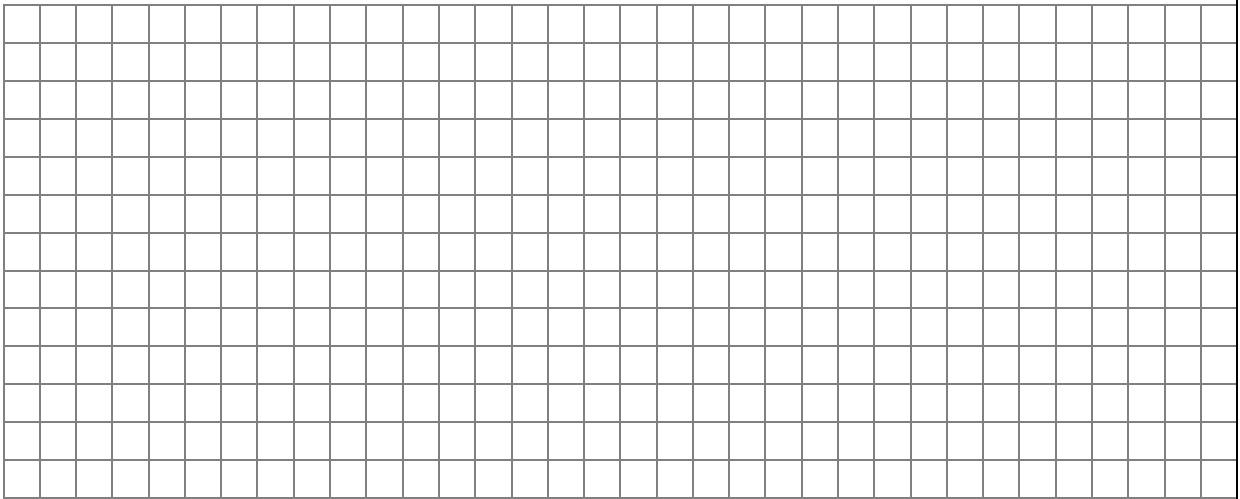
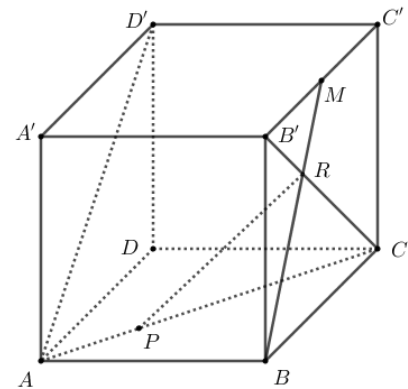
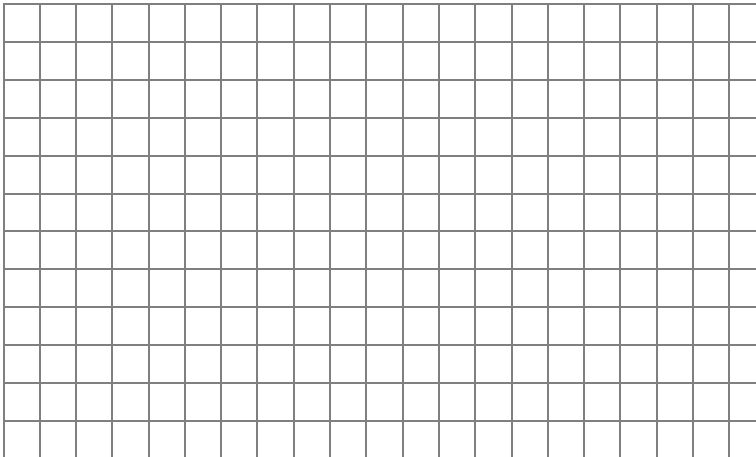
(3p) b) Arată că tangenta unghiului CAE este egală cu $\sqrt{2} + 1$.



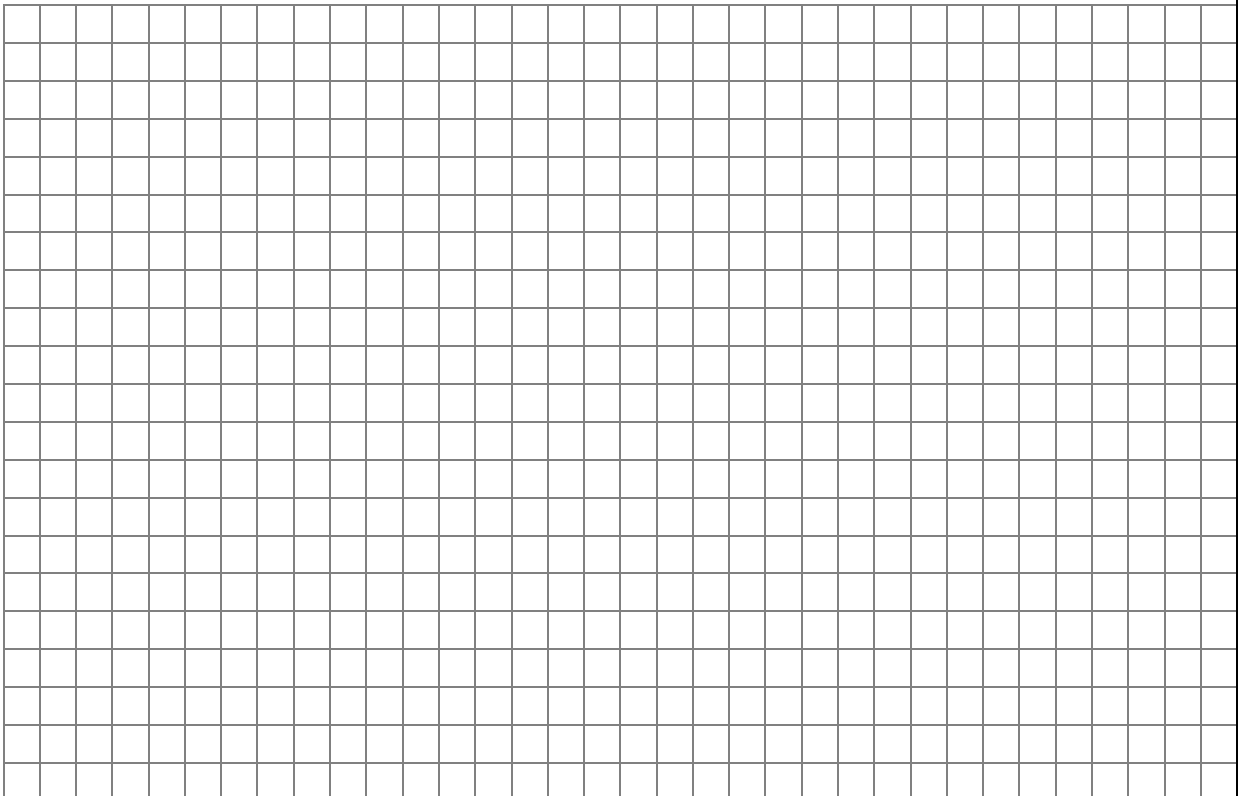
5p

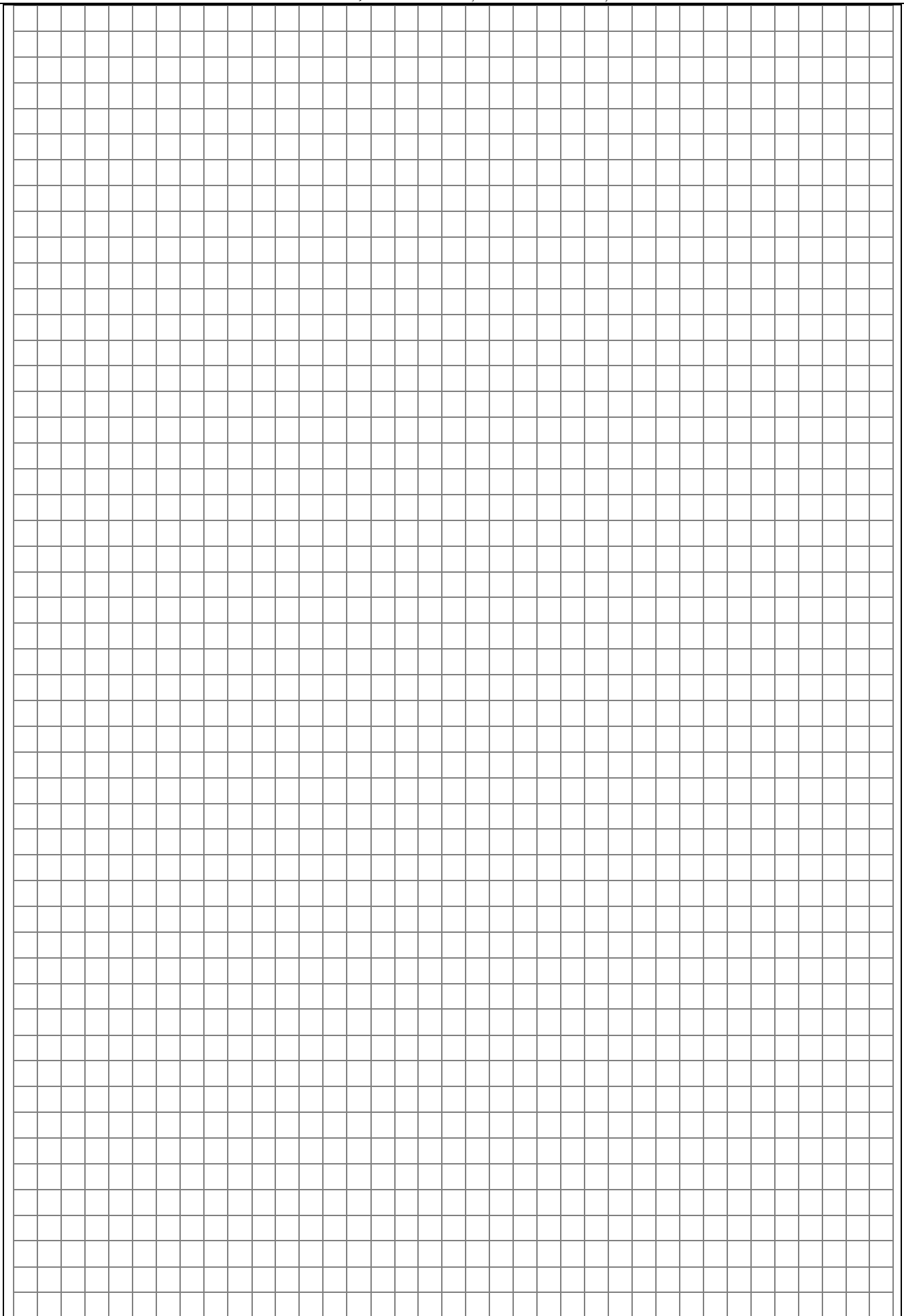
6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 6$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului $B' C'$ și dreptele BM și $B' C$ se intersectează în punctul R . Punctul P aparține segmentului AC , astfel încât $AP = 2\sqrt{2}$ cm.

(2p) a) Arată că $CP = 2 \cdot AP$.



(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor PR și AD' .





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022 - 2023
Matematică

Simulare

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) În 16 apartamente cu patru camere sunt $4 \cdot 16 = 64$ de camere Cum numărul total de camere din bloc este egal cu 60, deducem că nu este posibil ca blocul să aibă 16 apartamente cu patru camere, deoarece $64 > 60$	1p
	b) $2x + 4(22 - x) = 60$, unde x reprezintă numărul apartamentelor cu două camere $2x = 28$ $x = 14$ apartamente cu două camere	1p 1p 1p
	a) $E(x) = \frac{x^2 - 9 - x^2 + 16}{x^2 - 16} \cdot \frac{x - 4 + x + 4 - 3}{(x - 4)(x + 4)} =$ $= \frac{7}{(x - 4)(x + 4)} \cdot \frac{(x - 4)(x + 4)}{2x - 3} = \frac{7}{2x - 3}$, unde x este număr real, $x \neq -4$, $x \neq 4$ și $x \neq \frac{3}{2}$	1p 1p
	b) $E(n) = \frac{7}{2n - 3}$, unde n este număr natural $\frac{7}{2n - 3} \in \mathbb{N}$, deci $2n - 3 = 1$ sau $2n - 3 = 7$ $n = 2$ sau $n = 5$, care convin	1p 1p 1p

3.	a) $a = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-6)^2 =$ $= \frac{1}{9} \cdot 36 = 4$	1p 1p
	b) $b = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{10}\right)^{-2} =$ $= \frac{3}{6} \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^2 = 2$ $\frac{a+b}{2} = \frac{4+2}{2} = 3$	1p 1p 1p
4.	a) $BP \perp AC$, $P \in AC$, deci triunghiul BPC este dreptunghic, $\sphericalangle BCP = 30^\circ \Rightarrow BP = \frac{BC}{2} = 5\text{ cm}$ $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \cdot BP}{2} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50\text{ cm}^2$	1p 1p
	b) $\sphericalangle BCD \equiv \sphericalangle BCA$ și $\sphericalangle CBD \equiv \sphericalangle BAC \Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle CAB$ $\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$ $\frac{CD}{10} = \frac{10}{20} \Rightarrow CD = 5\text{ cm}$	1p 1p 1p
5.	a) Triunghiul ABE este dreptunghic isoscel, deci $\sphericalangle BAE = 45^\circ$ $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DAB + \sphericalangle BAE = 90^\circ$, deci dreapta DA este perpendiculară pe dreapta AE	1p 1p
	b) $BC \cap AE = \{N\}$, $DA \parallel BN$, $DA \perp AE \Rightarrow BN \perp AE$ În triunghiul dreptunghic isoscel ABE , $AE = 10\sqrt{2}\text{ cm}$, BN înălțime $\Rightarrow BN$ mediană, deci $BN = \frac{AE}{2} = AN = 5\sqrt{2}\text{ cm}$ În triunghiul dreptunghic ACN , $\text{tg}(\sphericalangle CAE) = \frac{CN}{AN} = \frac{10 + 5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$	1p 1p 1p
6.	a) $AC = 6\sqrt{2}\text{ cm}$ $CP = AC - AP = 4\sqrt{2}\text{ cm} = 2 \cdot AP$	1p 1p
	b) $\triangle BRC \sim \triangle MRB' \Rightarrow \frac{B'R}{RC} = \frac{1}{2}$ Cum $\frac{AP}{PC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{B'R}{RC} = \frac{AP}{PC}$, deci $PR \parallel AB'$ $\sphericalangle (PR, AD') = \sphericalangle (AB', AD') = \sphericalangle D'AB'$ și, cum $\triangle D'AB'$ este echilateral $\Rightarrow \sphericalangle (PR, AD') = 60^\circ$	1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

SIMULARE JUDEȚEANĂ
EVALUAREA NAȚIONALĂ CLASA a VIII-a

Anul școlar 2022 – 2023

Ianuarie 2023

Matematică

Numele:.....
.....
Inițiala prenumelui tatălui:
Prenumele:.....
.....
Școala de proveniență:
.....
Centrul de examen:
Localitatea:
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului $2 + 216:2$ este egal cu: a) 19 b) 110 c) 20 d) 109
5p	2. Știind că $\frac{a}{3} = \frac{5}{b}$, atunci rezultatul calculului $30 - 2a \cdot b$ este egal cu: a) 8 b) 2 c) 15 d) 0
5p	3. Un obiect costă 240 lei. După o ieftinire cu 15%, noul preț este: a) 204 b) 36 c) 276 d) 225
5p	4. Scris sub formă de fracție ordinară ireductibilă, numărul $2,(3)$ este egal cu : a) $\frac{23}{10}$ b) $\frac{7}{3}$ c) $\frac{7}{30}$ d) $\frac{23}{9}$

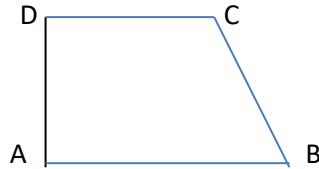
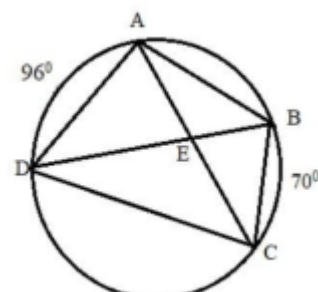
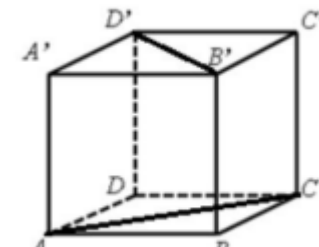
5p	5. Suma numerelor intregi din intervalul $(-4, \sqrt{5}]$ este egala cu : a) - 9 b) - 7 c) - 3 d) 0								
5p	6. Ana ,Gelu , Maria si Radu , au calculat media aritmetica a numerelor $a= 2\sqrt{3} +\sqrt{2}$ si $b= \sqrt{12} - \sqrt{2}$. Rezultatele obtinute de ei sunt trecute in tabelul urmator: <table><tr><td>Ana</td><td>Gelu</td><td>Maria</td><td>Radu</td></tr><tr><td>$2\sqrt{2}$</td><td>$4\sqrt{3} +\sqrt{2}$</td><td>$4\sqrt{3}$</td><td>$2\sqrt{3}$</td></tr></table> Dintre cei patru elevi, cel care a obtinut rezultatul corect este: a) Ana b) Gelu c) Maria d) Radu	Ana	Gelu	Maria	Radu	$2\sqrt{2}$	$4\sqrt{3} +\sqrt{2}$	$4\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$
Ana	Gelu	Maria	Radu						
$2\sqrt{2}$	$4\sqrt{3} +\sqrt{2}$	$4\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$						

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 puncte)

5p	1. În desenul alăturat, M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N se află pe segmentul MB astfel încât $2 \cdot MN = NB$. Dacă $MN = 3\text{ cm}$, atunci lungimea lui AB este de : a) 6 cm b) 9 cm c) 18 cm d) 12 cm
5p	2. Unghiurile $\angle AOC$ și $\angle BOC$, reprezentate în figura alăturată, sunt complementare. Dacă măsura unghiului $\angle BOC$ este de 20°, atunci măsura unghiului $\angle AOC$ este de : a) 40° b) 20° c) 160° d) 70°
5p	3. În figura alăturată ABCD este un pătrat cu diagonala de $6\sqrt{2}\text{ cm}$. Aria pătratului este de : a) 72 cm^2 b) 36 cm^2 c) $36\sqrt{2}\text{ cm}^2$ d) $72\sqrt{2}\text{ cm}^2$

5p	4. Trapezul dreptunghic ABCD din figura alăturată are $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$ și $AD = DC = 4\text{cm}$. Aria triunghiului ACB este de : a) 16 cm^2 b) 8 cm^2 c) 4 cm^2 d) 6 cm^2	
5p	5. Punctele A, B, C, D, sunt pe cerc astfel încât arcul AD are măsura 96° și arcul BC are măsura de 70°. Dacă $AC \cap BD = \{E\}$ atunci măsura unghiului DEC este egală cu: a) 97° b) 83° c) 73° d) 107°	
5p	6. În figura alăturată este reprezentat cubul ABCDA'B'C'D'. Măsura unghiului dintre dreptele AC și B'D' este egală cu : a) 0° b) 180° c) 90° d) 45°	

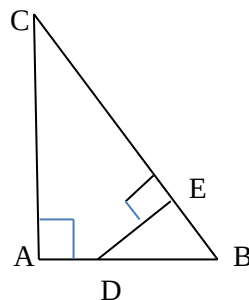
SUBIECTUL al III-lea
Scrieți rezolvările complete.
(30 puncte)

5p	1. Un excursionist parcurge un traseu în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{1}{4}$ din lungimea traseului, în doua zi $\frac{2}{3}$ din rest, iar în a treia zi, ultimii 24 km. (2p) a) Este posibil ca lungimea traseului să fie de 100km? Justificați răspunsul. (3p) b) Câți kilometri a parcurs excursionistul în a doua zi ?
----	--

5p	2. Numerele a, b, c sunt direct proporționale cu 2, 3 și 5 . (2p) a) Arătați că $a + b = c$. (3p) b) Știind că $a + b + c = 200$, să se afle numerele a, b și c.
5p	3. Fie $E(x) = (x-1)^2 + (2x-1)^2 - (x-1)(x+1) + 2x$, unde $x \in \mathbb{R}$. (2p) a) Arătați că $E(x) = 4x^2 - 4x + 3$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$. (3p) b) Arătați că $E\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) > 2$

5p

4. Triunghiul dreptunghic ABC are ipotenuza $BC=25\text{ cm}$ și cateta $AC=20\text{ cm}$



(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 150 cm^2 .

(3p) b) Dacă punctul D se află pe latura AB astfel încât $BD=2AD$, iar $DE \perp BC$, $E \in BC$ calculează perimetrul patrulaterului ADEC.

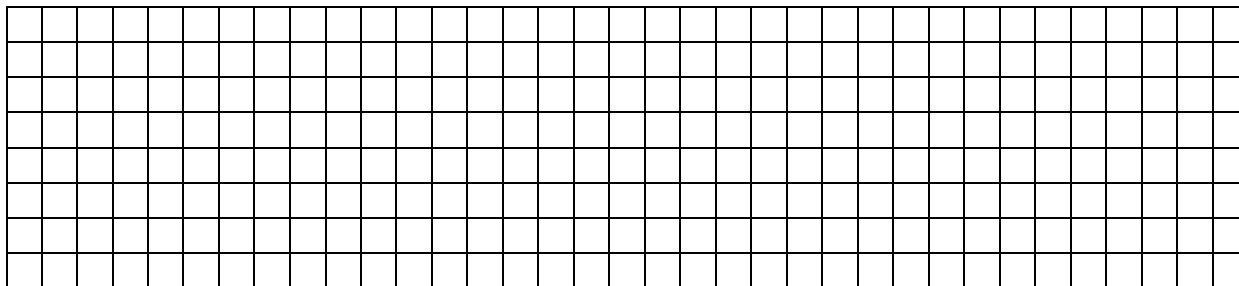
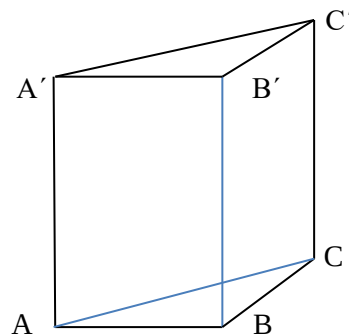
A full-page sheet of white graph paper featuring a uniform grid of thin black lines. The grid consists of small squares covering the entire area, with no margins or additional markings.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

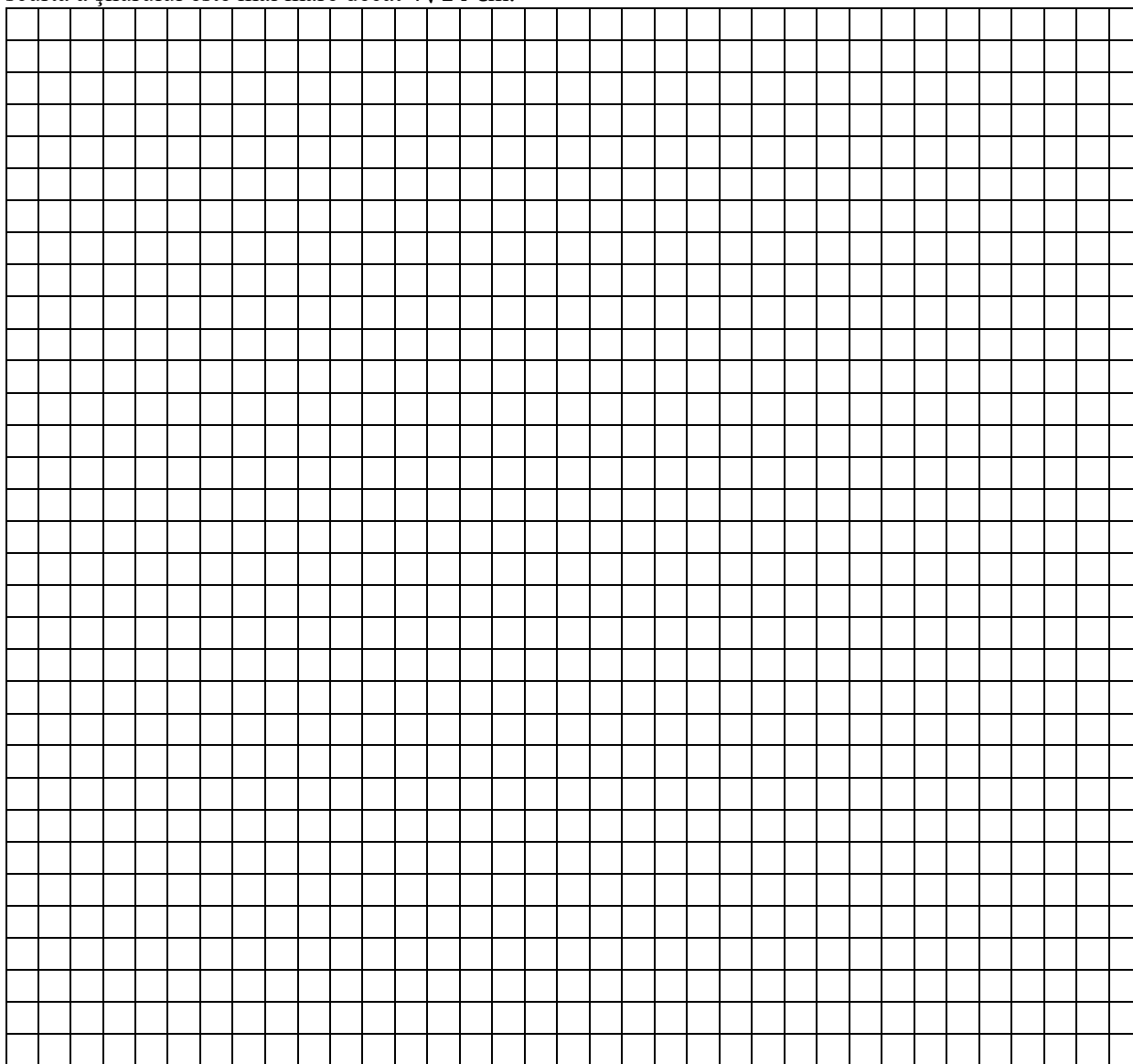
5p

6. O cutie de cadou este reprezentată în figura alăturată, sub forma prisme triunghiulare regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = 6\text{cm}$ și $AA' = 12\text{cm}$. Fie M mijlocul lui BC .

(2p) a) Aflați măsura unghiului format de dreptele $A'M$ și BC .



(3p) b) Pe suprafața laterală a prisme este prins un șnur în punctele A' și M . Arătați că lungimea cea mai scurtă a șnurului este mai mare decât $4\sqrt{14}\text{ cm}$.



SIMULARE JUDEȚEANĂ
EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2022 – 2023

Ianuarie 2023

Matematică

Varianta 2

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	d)	5p
3.	a)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	a)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) x reprezintă lungimea traseului, prima zi $\frac{1}{4}x$, a doua zi $\frac{1}{2}x$, lungimea traseului = 96 km < 100 km	1 1
	b) a treia zi = $\frac{1}{4}x$, $x = 96$ km a doua zi = 48 km	1 1 1
	2. a) direct proporționalitatea $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ relatia $a+b=c$	1 1

	b) din relatia $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k$ (raport de proportionalitate), avem $a=2k, b=3k, c=5k$ din relatia $a+b+c=200 \Rightarrow k=20$ $a=40, b=60, c=100$	1 1 1
3.	a) Dezvoltarea expresiei calculul lui $E(x)$	1 1
	b) Calculul expresiei $E(\frac{\sqrt{2}}{2})$ $E(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 5 - 2\sqrt{2}$ $E(\frac{\sqrt{2}}{2}) > 2 \Leftrightarrow 3 > 2\sqrt{2}$, adevarată	1 1 1
	4. a) Aflarea catetei $AB=15\text{cm}$ Calculul ariei $\triangle ABC$	1 1
5.	b) $\triangle DEB \sim \triangle ABC, \frac{EB}{AB} = \frac{DE}{AC} = \frac{DB}{BC}$ $DE=8\text{ cm}, EB=6\text{cm}, EC=19\text{ cm}$ Perimetrul patrulaterului $ADEC=52\text{ cm}$	1 1 1
	a) $\triangle BEC$ isoscel cu $\angle BEC = 120^\circ$ si $BE=EC=12\text{cm}$ Calculul lui BC	1 1
	b) $\triangle ABE$ isoscel, $AB=BE=12$ si $\angle ABE = 120^\circ, \angle ABT=90^\circ, BT=\frac{1}{2}AT, AT=6\sqrt{5}\text{ cm}$ $CT=8\sqrt{3}\text{ cm}, DT=4\sqrt{21}\text{ cm}$ Aria $\triangle ADT$ scrisă in două moduri $\Rightarrow \sin(\angle ADT) = \frac{\sqrt{21}}{7}$	1 1 1
6.	a) $\triangle ABC$ este isoscel $A'M$ este mediană, in $\triangle ABC \Rightarrow A'M$ înălțime $\Rightarrow A'M \perp BC \Rightarrow \angle(A'M, BC) = 90^\circ$	1 1
	b) Prin desfășurarea în plan a prisme se obține cea mai scurtă lungime cea a segmentului $A'M$ In triunghiul dreptunghic $A'M$, avem $A'M^2 = A'A^2 + AM^2, A'M = \sqrt{12^2 + 9^2}, A'M = \sqrt{225}$ $4\sqrt{14} = \sqrt{224} \Rightarrow A'M > 4\sqrt{14}$	1 1 1

Prezenta lucrare conține _____ pagini

SIMULARE JUDEȚEANĂ
EVALUAREA NAȚIONALĂ
PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:.....

Prenumele:.....

Școala de proveniență:.....

Centrul de examen:.....

Localitatea:.....

Județul:.....

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului: $30 - 10 : 2$ este egal cu: a) 10 b) 25 c) 15 d) 20						
5p	2. Dacă $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$, atunci $\frac{3a+2b}{7a-2b}$ este egal cu: a) 4						

5p

5. Patru elevi, Maria, Cristina, Ștefan și Mihai, au calculat media geometrică a numerelor $a = 9 - 3\sqrt{5}$ și $b = 9 + 3\sqrt{5}$. Rezultatele obținute de elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Maria	Cristina	Ștefan	Mihai
36	6	9	$3\sqrt{5}$

Dintre cei patru elevi, rezultatul corect a fost obținut de:

a) Maria

b) Cristina

c) Ștefan

d) Mihai

5p

6. Afirmația “Numărul $2\sqrt{3}$ aparține intervalului $(3; 4)$ ” este:

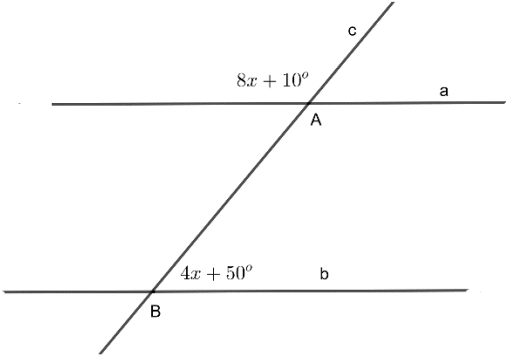
a) adevărată

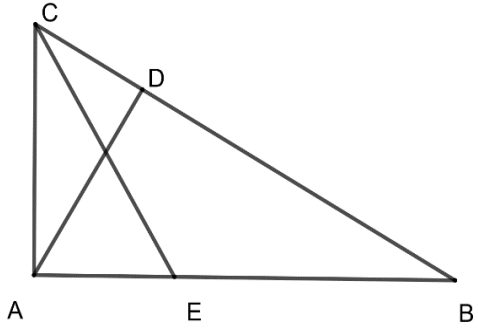
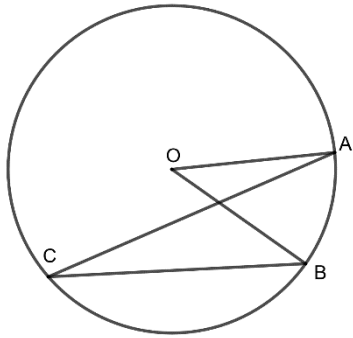
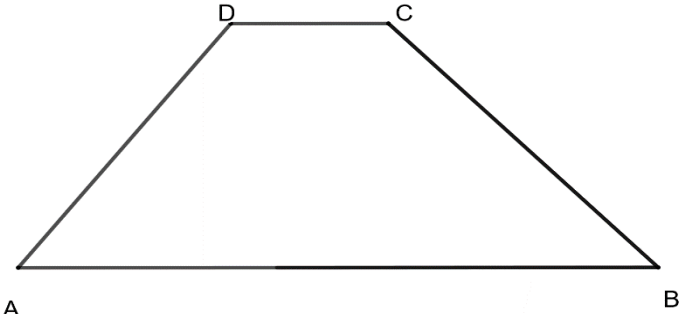
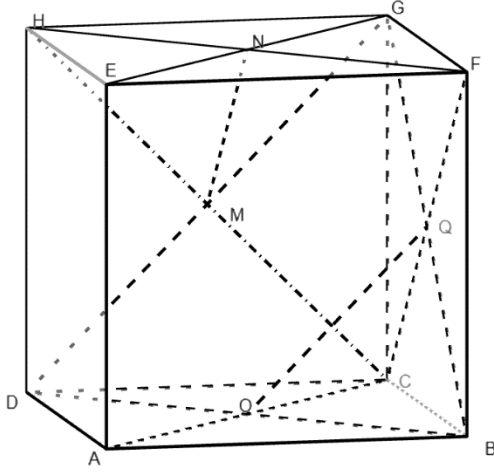
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

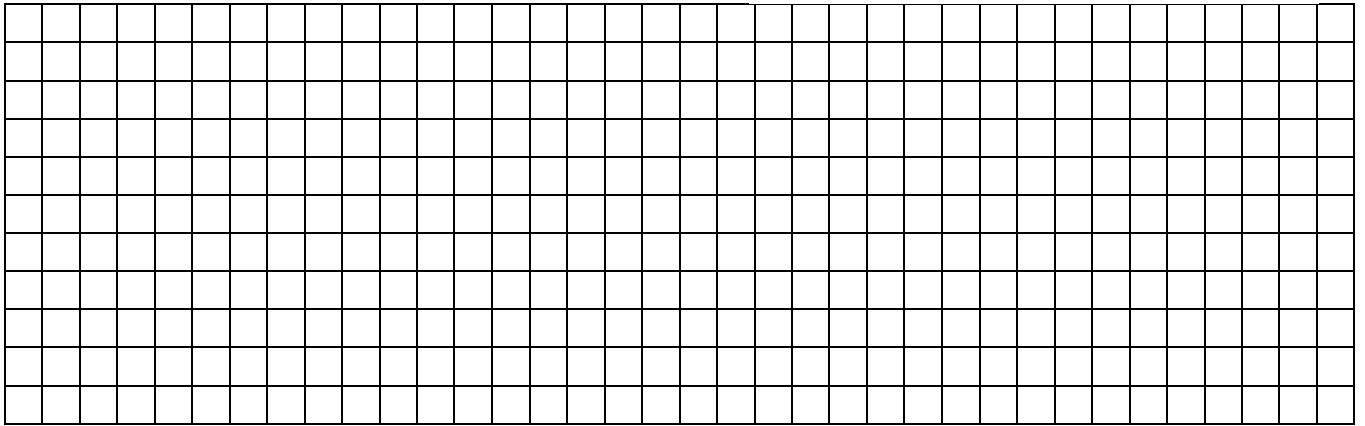
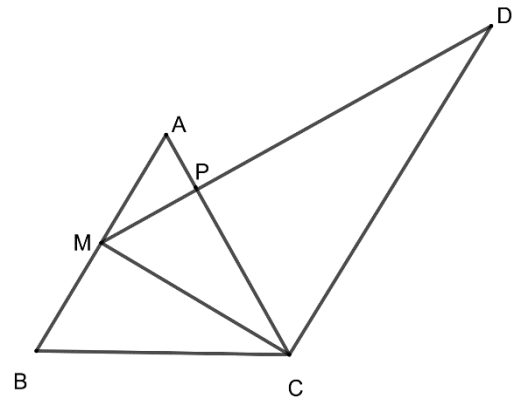
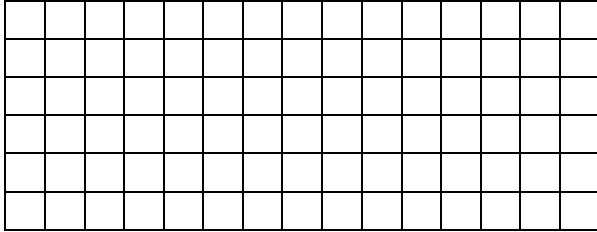
(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată punctele A, C, D și B sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 5 \cdot AC$, $2 \cdot AB = 5 \cdot BD$. Dacă $AC = 2 \text{ cm}$, atunci lungimea segmentului CD este egală cu: a) 4 cm. b) 6 cm. c) 3 cm. d) 5 cm. 
5p	2. În figura următoare, dreptele a și b sunt paralele și sunt intersectate de secanta c, fiind evidențiate măsurile a două unghiuri de $8x + 10^\circ$ și respectiv $4x + 50^\circ$. Valoarea lui x este egală cu: a) 10° b) 20° c) 30° d) 40° 

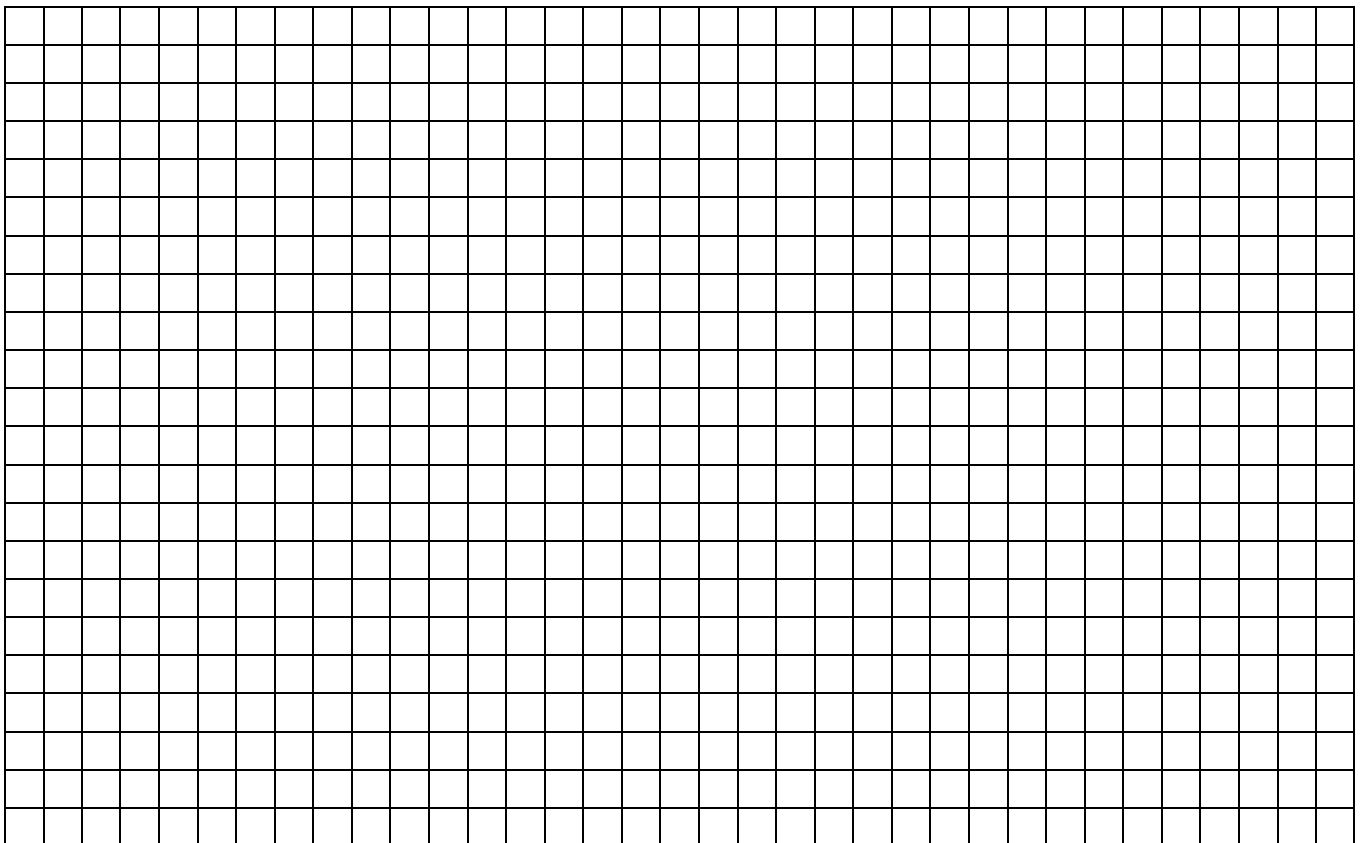
5p	3. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A și $AD \perp BC, D \in BC$. Dacă $AD = 12 \text{ cm}$, măsura unghiului ABC este egală cu 30°, iar CE este bisectoarea unghiului ACB, atunci lungimea segmentului CE este egală cu: a) 24 cm. b) 12 cm. c) 16 cm. d) $12\sqrt{3} \text{ cm}$. 
5p	4. În cercul de centru O din figura alăturată măsura unghiului AOB este egală cu 40°, iar C este un punct pe acest cerc. Atunci măsura unghiului ACB este egală cu: a) 40° b) 50° c) 30° d) 20° 
5p	5. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 14 \text{ cm}$, $CD = 6 \text{ cm}$, iar măsura unghiului ABC este egală cu 45°. Aria trapezului $ABCD$ este egală cu: a) 40 cm^2; b) 84 cm^2; c) 42 cm^2 d) $40\sqrt{2} \text{ cm}^2$ 
5p	6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDEFGH$. Dacă punctele O, Q, M, N reprezintă centrele fețelor $ABCD, BCGF, CDHG$, respectiv $EFGH$, atunci măsura unghiului determinat de dreptele OQ și MN este egală cu: a) 30° b) 45° c) 60° d) 90° 

- 5p** 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC cu $AB = 8\text{ cm}$. Notăm cu M mijlocul laturii AB și construim din M perpendiculara pe AC care intersectează pe AC în P și paralela prin C la AB în D.

(2p) a) Arată că lungimea segmentului CD este egală cu 12 cm .



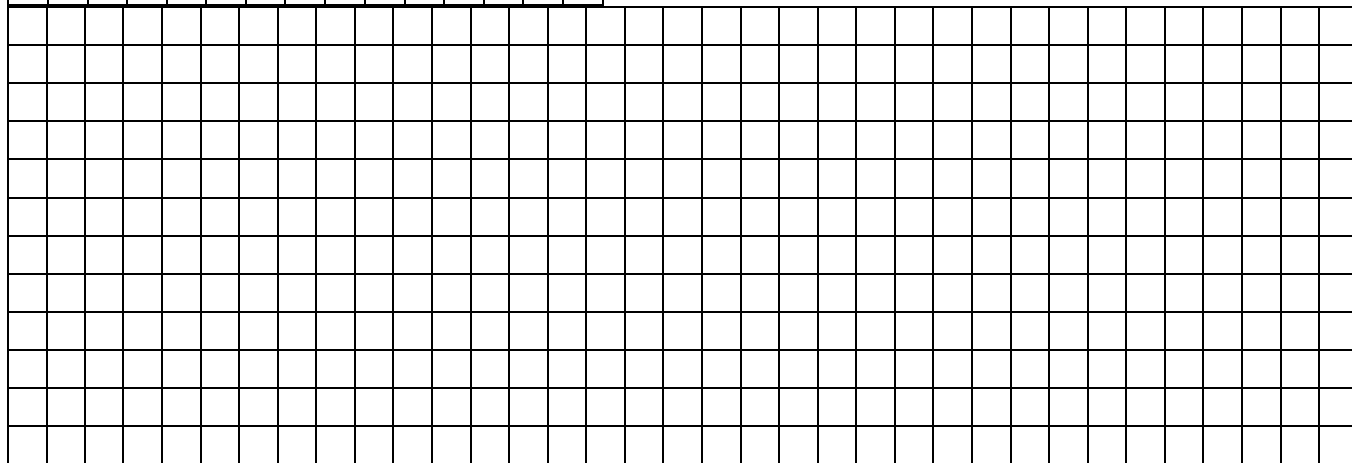
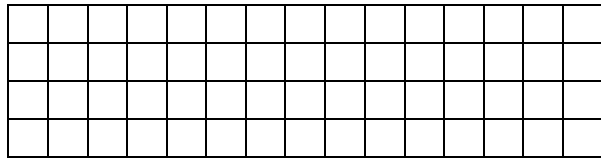
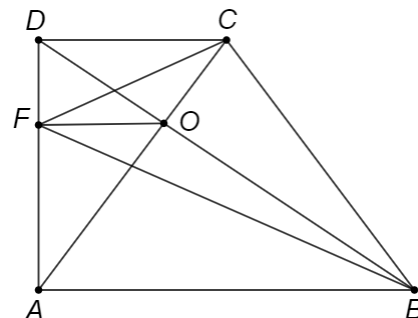
(3p) b) Arată că aria patrulaterului AMCD este dublul ariei triunghiului ABC.



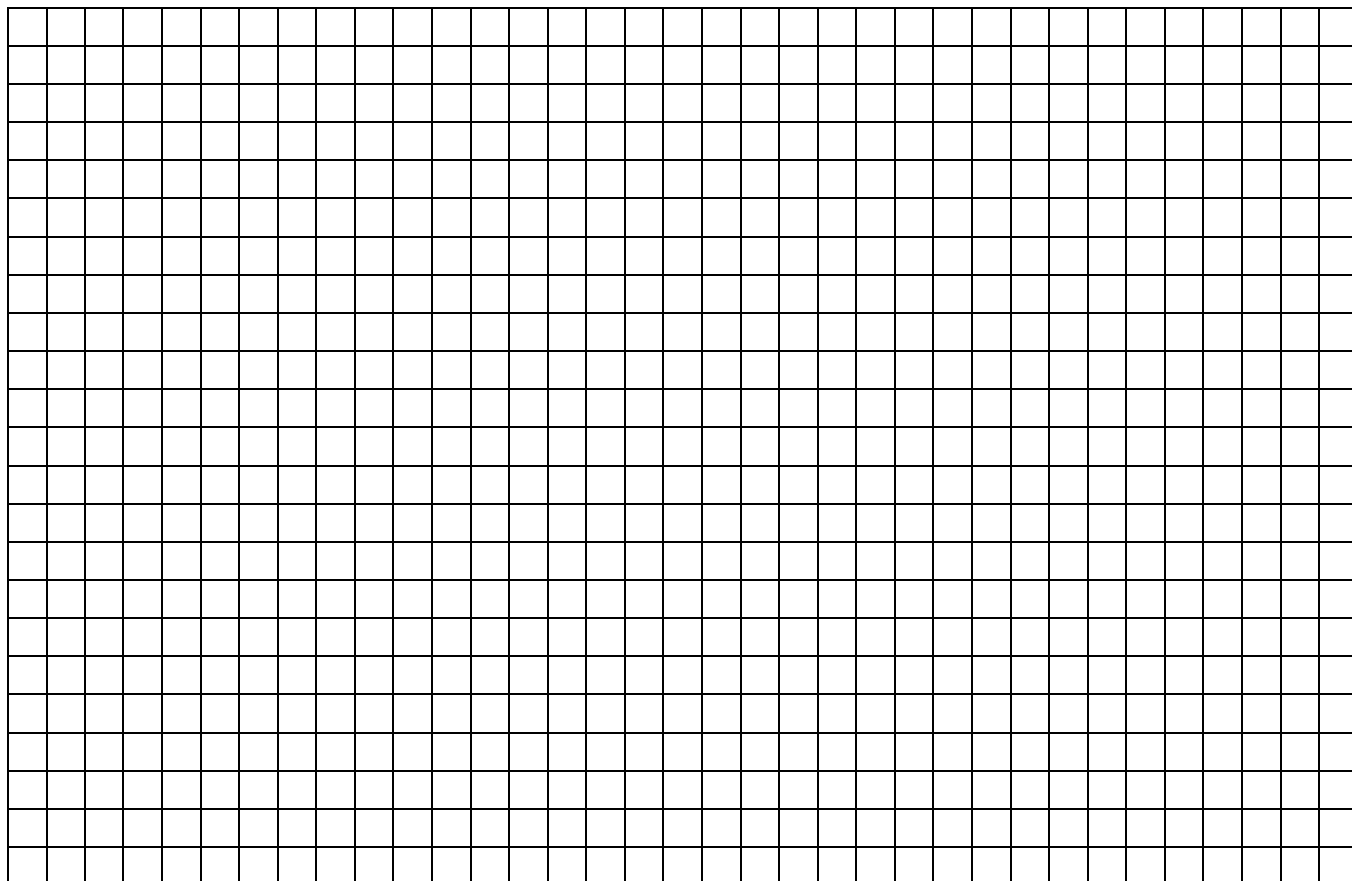
5p

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu, $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AB = 2 \cdot CD = 12$ cm și $AD = 6\sqrt{2}$ cm. Punctul F aparține segmentului AD , astfel încât $DF = 2\sqrt{2}$ cm și intersecția dreptelor AC și BD este punctul O .

(2p) a) Calculează aria trapezului $ABCD$.

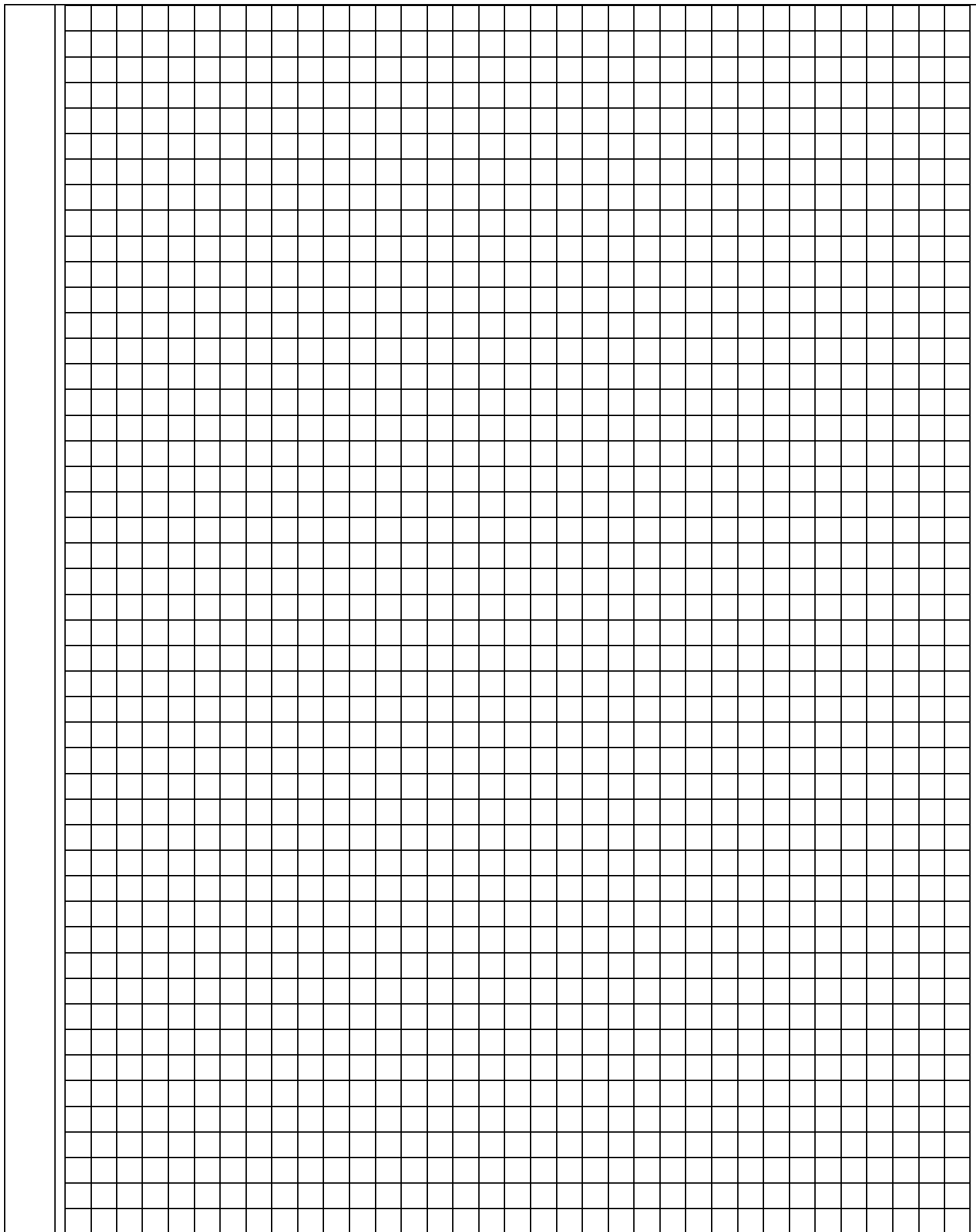


(3p) b) Demonstrează că semidreapta FO este bisectoarea unghiului CFB .



[illegible]

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



SIMULARE JUDEȚEANĂ
EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI aVIII-a
Anul școlar 2022-2023

Probă scrisă
Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Varianta 1

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I **(30depuncte)**

1.	b)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea **(30 depuncte)**

1.	a)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	a) Dacă m și v reprezintă vârsta actuală a lui Matei, respectiv a lui Vlad, atunci avem relațiile $m+v = 21$, $m = 21 - v$, $2(m-3) = v-3$	1p
	$2(21-v-3) = v-3$, obținem $v = 13$, adică Vlad are 13 ani și nu 8 ani.	1p
	b) Matei are $21-13 = 8$ ani Peste x ani: $8+x = \frac{2}{3}(13+x)$ $x = 2$ ani	1p 1p 1p
2.	a) $E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 4 - 3x^2 + 14$ $E(x) = x^2 + 6x + 10$	1p 1p

	b) $x^2+6x+9+1=(x+3)^2+1$ $(x+3)^2 \geq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$ $(x+3)^2+1 > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$	1p 1p 1p
3.	a) $a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} - (-2)$ $a=1$	1p 1p
	b) $b = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) \cdot \sqrt{6} - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3}$ $b=3$ $x=2$ și 2 este număr natural	1p 1p 1p
4.	a) Deoarece $\triangle APM$ este dreptunghic $AM=4$ cm și $\angle A = 60^\circ$, rezultă $AP=2$ cm și $CP=6$ cm Din $AM \parallel CD$ rezultă $\triangle MPA \sim \triangle DPC$ de unde rezultă $CD=12$ cm	1p 1p
	b) Deoarece CM înălțime în triunghi echilateral, rezultă $CM=4\sqrt{3}$ cm $AMCD$ trapez dreptunghic și $Aria\ AMCD = \frac{(CD+AM) \cdot CM}{2} = \frac{(4+12) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3} cm^2$ $Aria\ \triangle ABC = 16\sqrt{3} cm^2$, de unde rezultă $Aria\ AMCD = 2 \cdot Aria\ \triangle ABC$	1p 1p 1p
5.	a) $A_{ABCD} = \frac{(AB+CD) \cdot AD}{2} = \frac{(12+6) \cdot 6\sqrt{2}}{2}$ $A_{ABCD} = 18 \cdot 3\sqrt{2} = 54\sqrt{2} cm^2$	1p 1p
	b) Cum $AB \parallel CD \Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{2}$, iar $\frac{DF}{AF} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{DF}{AF}$, așadar $FO \parallel AB \parallel CD$ Cum $FO \parallel AB \Rightarrow FO \perp AD$, așadar $\angle OFC = 90^\circ - \angle CFD$ și $\angle OFB = 90^\circ - \angle AFB$ $\frac{DF}{AF} = \frac{DC}{AB}$ și $\angle FDC = \angle FAB \Rightarrow \triangle FDC \sim \triangle FAB \Rightarrow \angle DFC \equiv \angle AFB \Rightarrow \angle OFC \equiv \angle OFB$, $\Rightarrow FO$ este bisectoare a unghiului CFB	1p 1p 1p
6.	a) Deoarece $ABCD$ pătrat obținem $AC = 12\sqrt{2}$ cm, iar $AO = 6\sqrt{2}$ cm. Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic VOA și obținem $VO = 6$ cm.	1p 1p
	b) Deoarece triunghiul VAC isoscel, iar O este mijlocul segmentului AC rezultă $VO \perp AC$. Din $AC \perp BD$, iar $BD, VO \subset (VBD)$, obținem că $AC \perp (VBD)$. Cum $VB \subset (VBD)$, rezultă $AC \perp VB$. Deoarece MN linie mijlocie în $\triangle BAC$, rezultă că $MN \parallel AC$, deci $MN \perp VB$. Notăm cu $\{F\} = MN \cap BD$ și deoarece MN linie mijlocie în $\triangle BAC$ rezultă F mijlocul lui OB. Deoarece $\frac{BE}{BO} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, $\frac{BF}{BV} = \frac{\sqrt{6}}{6}$ și $\angle FBE \equiv \angle VBO$, rezultă $\triangle FBE \sim \triangle VBO$, deci $\angle FEB = 90^\circ$. Obținem că $FE \perp VB$; cum $MN \perp VB$, iar $MN, FE \subset (MEN)$, rezultă $VB \perp (MEN)$.	1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

Numele:.....

Inițiala tatălui:.....

Prenumele:.....

.....

Școala de
proveniență.....

.....

Localitatea.....

Nume și prenume asistent	Semnătura

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII a
MATEMATICĂ
Anul școlar 2022-2023
Simulare județeană februarie 2023
Județul Giurgiu**

Comisia de evaluare	Nota (cifre și litere)	Numele și prenumele profesorului	Semnătura
Evaluator 1			
Evaluator 2			
Nota finală			

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Se acordă zece puncte din oficiu
- Timpul de lucru efectiv este de două ore

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect

(30 de puncte)

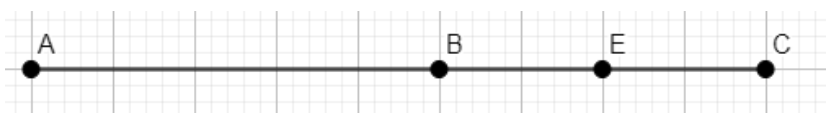
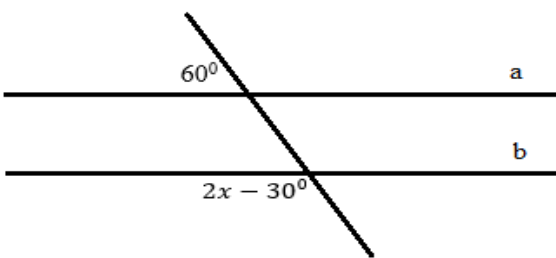
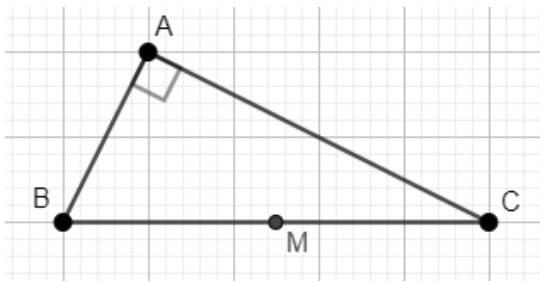
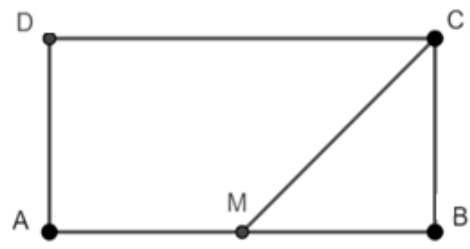
5p	1. Rezultatul calculului $25 - 25 : 25$ este: a) 0 b) 24 c) 25 d) 6																
5p	2. Valoare numărului x din proporția $\frac{x}{6} = \frac{3}{18}$ este: a) 6 b) 0 c) 1 d) 18																
5p	3. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la ora 9, la o stație meteo, în fiecare zi a unei săptămâni din luna ianuarie. <table><tr><td>Ziua</td><td>Luni</td><td>Marți</td><td>Miercuri</td><td>Joi</td><td>Vineri</td><td>Sâmbătă</td><td>Duminică</td></tr><tr><td>Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)</td><td>-7</td><td>-8</td><td>3</td><td>5</td><td>0</td><td>-1</td><td>4</td></tr></table>	Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică	Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	-7	-8	3	5	0	-1	4
Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică										
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	-7	-8	3	5	0	-1	4										

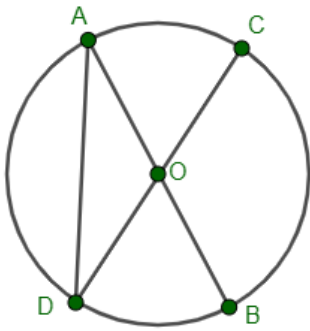
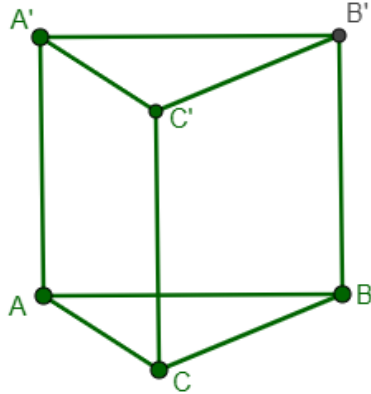
	Conform tabelului, media aritmetică a temperaturilor pozitive înregistrate este egală cu: a) 4^0 C b) -11^0 C c) $-\frac{4^0}{7}\text{ C}$ d) 0^0 C								
5p	4. Suma elementelor mulțimii $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3x + 2 \leq 11\}$ este egală cu: a) 4 b) -4 c) 0 d) 11								
5p	5. Maria, Cătălin, Cristina și Dan au calculat media gemetrică a numerelor $a = 3 + \sqrt{2}$ și $b = 3 - \sqrt{2}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute in tabelul următor: <table><tr><td>Maria</td><td>Cătălin</td><td>Cristina</td><td>Dan</td></tr><tr><td>6</td><td>$-\sqrt{7}$</td><td>$\sqrt{7}$</td><td>3</td></tr></table> Dintre cei patru elevi,cel care a răspuns corect este: a) Cătălin b) Maria c) Dan d) Cristina	Maria	Cătălin	Cristina	Dan	6	$-\sqrt{7}$	$\sqrt{7}$	3
Maria	Cătălin	Cristina	Dan						
6	$-\sqrt{7}$	$\sqrt{7}$	3						
5p	6. Alina afirmă că “15% din 2600 este 390”. Afirmăția Alinei este: a) adevărată b) falsă								

SUBIECTUL II

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect

(30 de puncte)

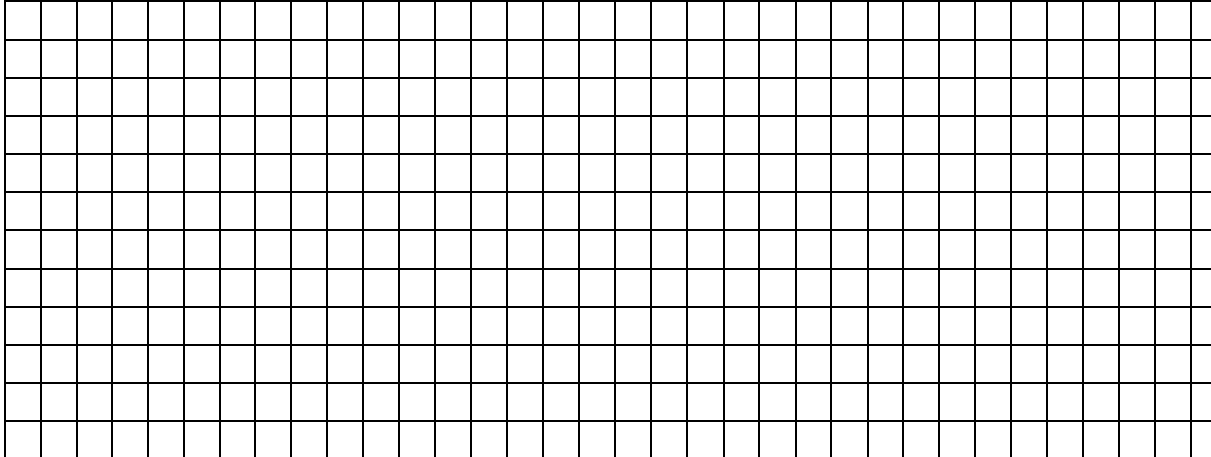
5p	1. În figura următoare sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C în această ordine, astfel încât $AC=18$ cm și $BC=8$ cm. Punctul E este mijlocul segmentului BC. Lungimea segmentului AE este egală cu: a) 10 cm b) 14 cm c) 5 cm c) 13 cm 
5p	2. Valoarea lui x din figura alăturată, astfel încât dreptele a și b să fie paralele, este de: a) 75° b) 45° c) 30° d) 15° 
5p	3. Pe terenul de sport al școlii au fost instalate pentru proba de atletism patru obstacole reprezentate în figura de mai jos prin punctele A, B, C și M, astfel încât triunghiul ABC este dreptunghic în A cu $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ și punctul M este situat la mijlocul distanței dintre B și C. Știind că distanța dintre obstacolele A și M este de 10 m, atunci distanța dintre A și C este egală cu: a) 10 m b) $10\sqrt{2}$ m c) $10\sqrt{3}$ m d) 20 m 
5p	4. În figura de mai jos este reprezentat dreptunghiul ABCD. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle BCD$ intersectează latura AB în punctul M situat la mijlocul distanței dintre A și B. Știind că $MB = 5$ cm, aria dreptunghiului ABCD este egală cu: a) 30 cm^2 b) 40 cm^2 c) 50 cm^2 d) 25 cm^2 

5p	5. În cercul de centru O, AB și CD sunt diametre iar măsura unghiului $\angle DOB$ este de 60°. Măsura unghiului $\angle CDA$ este de: a) 30° b) 60° c) 90° d) 120° 
5p	6. Figura de mai jos reprezintă un acvariu în formă de prismă triunghiulară regulată dreaptă $ABCA'B'C'$. Știind că perimetrul bazei ABC a acvariului este egal cu 60 cm și înălțimea acestuia este de 40 cm, suma lungimilor tuturor muchiilor acvariului este egală cu: a) 400 cm b) 120 cm c) 200 cm d) 240 cm 

SUBIECTUL III

Scrie rezolvările complete

(30 de puncte)

5p	1. Mai multe persoane doresc să cumpere un obiect. Dacă fiecare persoană dă câte 32 de lei, nu ajung 24 de lei, iar dacă fiecare dă câte 40 de lei, sunt în plus 16 lei. (2p) a) Este posibil ca prețul obiectului să fie 190 de lei?
	

(3p) b) Aflați prețul obiectului.

A large grid of graph paper with 20 columns and 15 rows. The grid is composed of small squares, with a slightly larger square at the top left corner, likely for a title or header. The grid is empty and ready for use.

5p

2. Se consideră expresia :

$$E(x) = x^3 + (x+3)^2 + (x-2)^2 + (x+1)(x-1) - 12, \text{ unde } x \in \mathbb{R}.$$

(3p) a) Demonstrează că $E(x) = x(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x .

A full-page sheet of white graph paper with a uniform grid of thin black lines. The grid consists of small squares covering the entire area of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

(2p) b) Demonstrează că $E(n) : 6$, pentru orice număr natural n .

[illegible]

5p

3. Fie numerele reale $a = 3\sqrt{108} + 2\sqrt{192} - 4\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$ și $b = 5\sqrt{48} + 2\sqrt{27} - 2\sqrt{432}$.

(2p) a) Calculați numărul real a ;

[illegible]

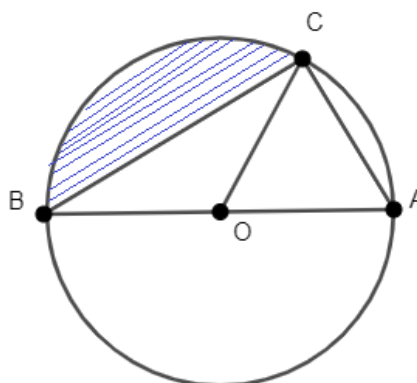
(3p) b) Verificați dacă media geometrică a numerelor a și b aparține intervalului $(9; 10)$.

A full-page sheet of white graph paper featuring a light gray grid. The grid consists of small, equal-sized squares arranged in a continuous pattern across the entire page. There are no margins, text, or other markings present.

5p

4. Se dă cercul $\mathcal{C}(O, r)$ și punctul $C \in \mathcal{C}(O, r)$, AB diametru cu $AC = OA = 6$ cm. Aflați:

(2p) a) Măsurile unghiurilor $\triangle ABC$;

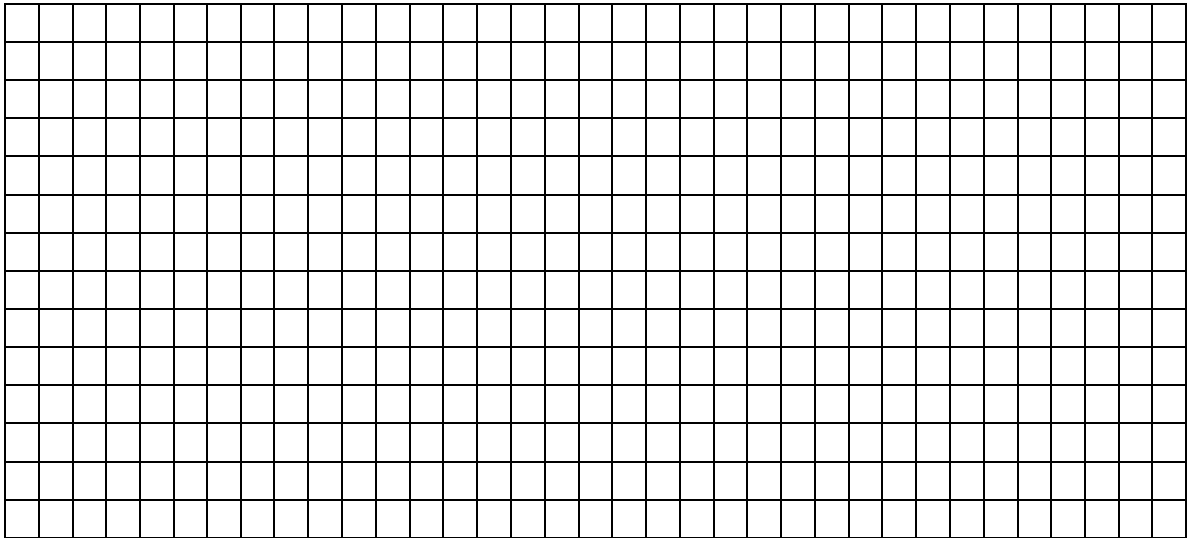
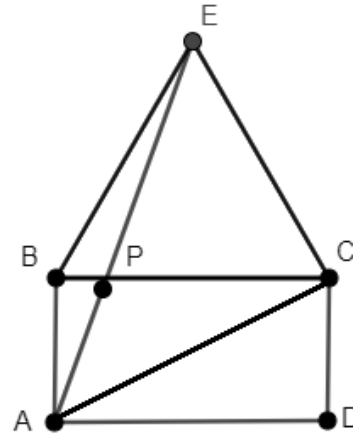


(3p) b) Aflați aria porțiunii hașurate.

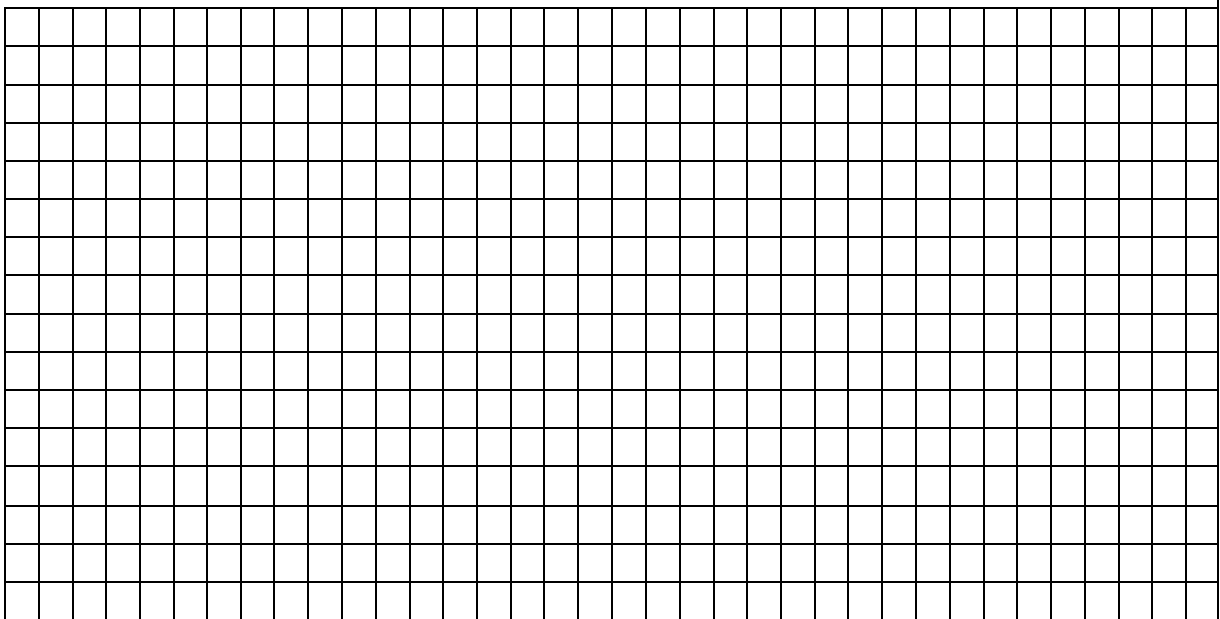
5p

5. În figura alăturată este reprezentată o grădină ABECD, unde ABCD este dreptunghi, iar BCE este un triunghi echilateral. Segmentele AE, AC și BC reprezintă niște alei, iar $\{P\} = AE \cap BC$. Se știe că $AB = 16$ m, iar aleile AC și CE sunt perpendiculare.

(2p) a) Calculează aria grădinii

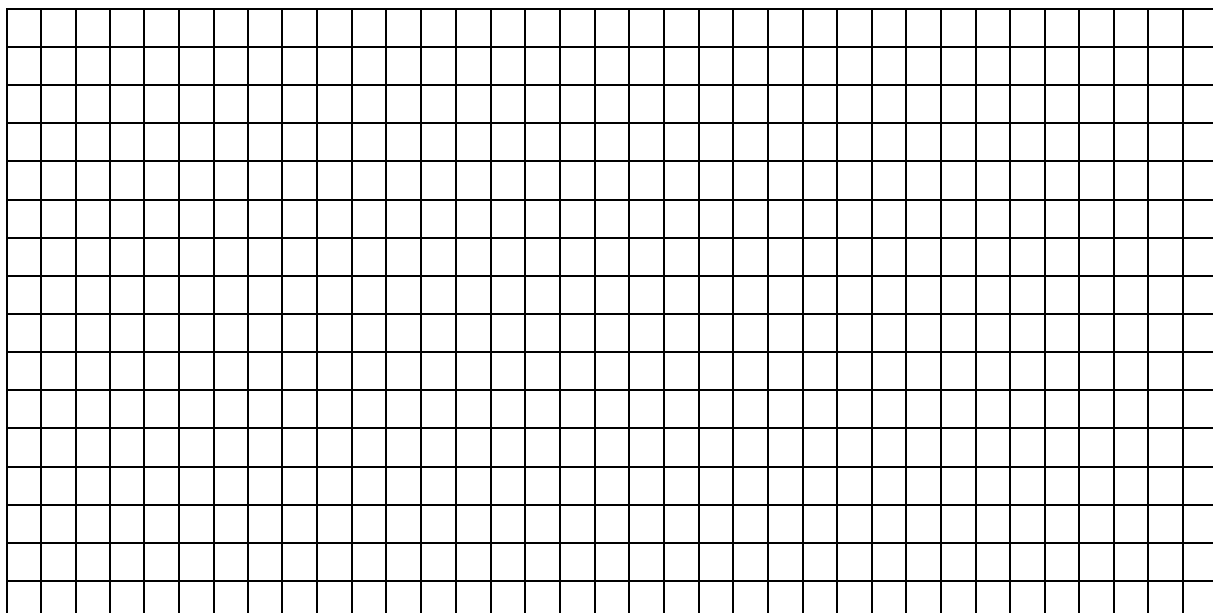
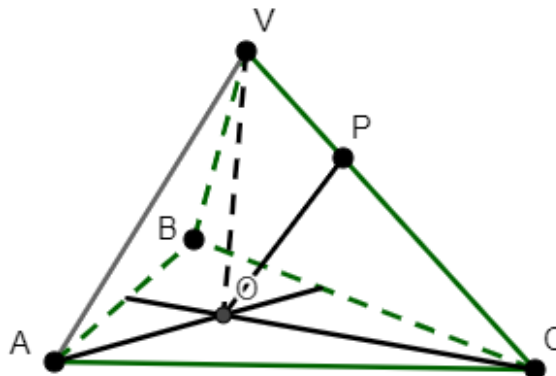


(3p) b) Arată că lungimea segmentului BP este mai mică decât 6 m.

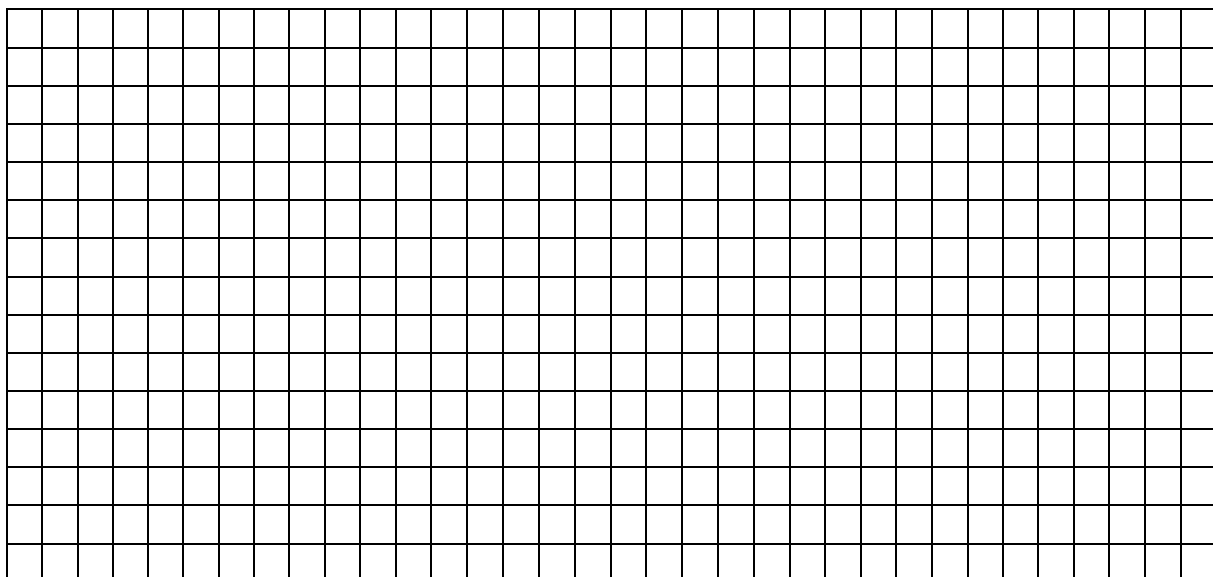


5p 6. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată cu muchia laterală $VA=15$ cm și muchia bazei $AB = 18$ cm. Pe muchia VC se consideră punctul P astfel încât $VP = 5$ cm.

(2p) a) Arătați că $PO \parallel (VAB)$, unde O este centrul de greutate al triunghiului ABC .



(3p) b) Aflați sinusul unghiului format de PO și VB .



[illegible]

**SIMULAREA EXAMENULUI DE EVALUARE NAȚIONALĂ
PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a
16 februarie 2023
Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Subiectul I (30 puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	b)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

Subiectul II (30 puncte)

1.	b)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	d)	5p

Subiectul III (30 puncte)

1.	a) $190 - 24 = 166$ lei (s-ar strange dacă fiecare persoană ar da câte 32 de lei. 166 nu se împarte exact la 32, deci prețul obiectului nu poate fi 190 de lei.	1p
		1p
	b) Notăm cu x , prețul obiectului și cu y , numărul de persoane. $x = 32y + 24$ $x = 40y - 16$ $32y + 24 = 40y - 16$ $y = 5$ $x = 184$, deci prețul obiectului este 184 de lei	1p
		1p

2.	a $E(x) = x^3 + x^2 + 6x + 9 + x^2 - 4x + 4 + x^2 - 1 - 12$ $E(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$ $E(x) = x(x^2 + 3x + 2)$ $E(x) = x(x + 1)(x + 2)$	1p 1p 1p
	b $E(n) = n(n + 1)(n + 2)$, Produsul a două numere naturale consecutive este divizibil cu 2, Produsul a trei numere naturale consecutive este divizibil cu 3. Deci $E(n) : 6$	1p 1p
3.	a $a = 3 \cdot 6\sqrt{3} + 2 \cdot 8\sqrt{3} - 4 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3}$ $a = 18\sqrt{3} + 16\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$ $a = 16\sqrt{3}$	1p 1p
	b $b = 5 \cdot 4\sqrt{3} + 2 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 12\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ $M_g = \sqrt{a \cdot b} = 4\sqrt{6}$ $4\sqrt{6} \in (9; 10) \Leftrightarrow 81 < 96 < 100$, adevărat	1p 1p 1p
	a $AO = OC = 6$ cm (raze), $AC = 6$ cm $\Rightarrow \Delta AOC$ echilateral $\Rightarrow \sphericalangle A = 60^\circ$ $\sphericalangle ACB = \frac{1}{2} \widehat{AB} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ $\sphericalangle ABC = 30^\circ$	1p 1p
4.	b $BC = 6\sqrt{3}$, $A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AC}{2} \Rightarrow A_{\Delta ABC} = 18\sqrt{3}$ cm CO mediană $\Rightarrow A_{\Delta BOC} = \frac{1}{2} \cdot A_{\Delta BAC} = 9\sqrt{3}$ cm² $A_{sector} = 12\pi$ cm² $A_{hașurată} = A_{sector} - A_{\Delta BOC} = 12\pi - 9\sqrt{3} = 3(4\pi - 3\sqrt{3})$ cm²	1p 1p
5.	a Dacă $AC \perp CE \Rightarrow \sphericalangle ACB = 30^\circ$ $A_{\Delta BEC} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = 192\sqrt{3}$ m² $A_{ABCD} = L \cdot l$ $A_{grădină} = 448\sqrt{3}$ m²	1p 1p
	b Construim $EM \perp BC \Rightarrow$ $\Delta ABP \sim \Delta EMP \Rightarrow \frac{AB}{EM} = \frac{BP}{PM} = \frac{AP}{EP}$ $EM = 24$ m; $BM = \frac{16\sqrt{3}}{5}$ m $\frac{16\sqrt{3}}{5} < 6$	1p 1p 1p
6.	a Fie M mijlocul lui AB; O centru de greutate $\Rightarrow \frac{OM}{CM} = \frac{1}{3}$; $VP = 5$ cm, $VC = 15$ cm $\Rightarrow \frac{VP}{VC} = \frac{1}{3}$ Obținem $\frac{OM}{CM} = \frac{VP}{VC}$; unghiul C este unghi comun (LUL) $\Rightarrow \Delta PCO \sim \Delta VCM$ $\Rightarrow PO \parallel VM$, dar $VM \subset (VAB) \Rightarrow PO \parallel (VAB)$	1 p 1 p
	b $\sin \sphericalangle (PO, VB) = \sin \sphericalangle (VM, VB) = \sin \sphericalangle (MV, VB)$; ΔVAB isoscel $\Rightarrow$ mediana VM este și înălțime	2p

	$\Rightarrow \triangle VMB$ dreptunghic în $M \Rightarrow \sin \sphericalangle(MVB) = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}} = \frac{MB}{VB} = \frac{\frac{AB}{2}}{VB} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$	1p
--	--	-----------



Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

Simulare județeană

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			



- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Rezultatul calculului: $(2023^0 + \sqrt{36}) : 1^{2023}$ este: a) 2023 ; b) 6 ; c) 1 ; d) 7 .
5p	2. Dacă 6 kg de mere costă 15 lei, atunci 4 kg de mere de aceeași calitate vor costa: a) 12 lei ; b) 12,5 lei ; c) 10 lei ; d) 11 lei .
5p	3. Prețul unui telefon s-a mărit cu 15%. Dacă prețul initial a fost de 1400 lei, prețul final, după mărire, este: a) 1190 lei; b) 1580 lei; c) 1610 lei; d) 1710 lei.
5p	4. Dacă media aritmetică a două numere este 50 și diferența lor este 60, atunci media geometrică a lor este: a) 40 b) $30\sqrt{2}$; c) 30 d) $40\sqrt{2}$;
5p	5. Numărul elementelor mulțimii $A = \{ x \in \mathbf{Z} \mid 2x - 3 \leq 7 \}$ este egal cu: a) 7; b) 8 ; c) 9 ; d) 6.
5p	6. Descompunerea în factori a expresiei $E(x) = x^2 - 6x + 9$ este a) $(x+3)^2$ b) $(x-3)^2$ c) $(x-3)(x+3)$ d) $(x-6)(x+3)$



SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

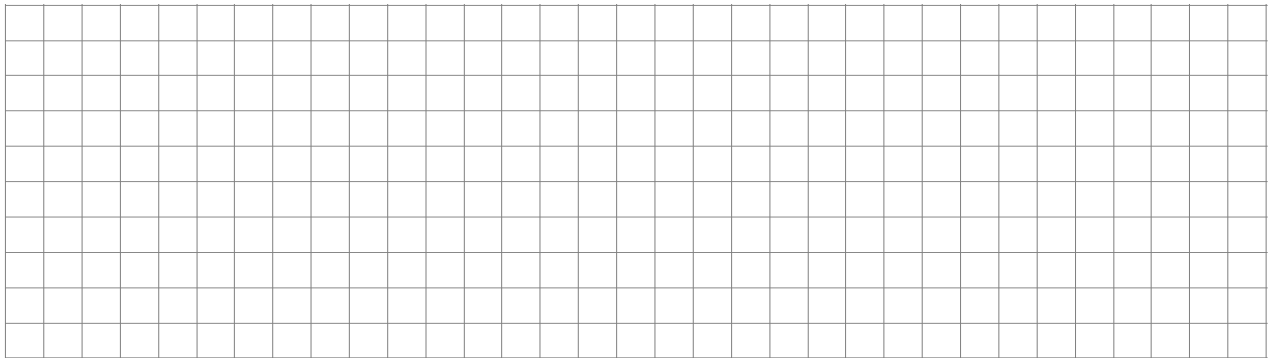
5p	1. Se dau punctele A,B,C și D coliniare, în această ordine. Dacă $AB = 8$ cm , $AD = 40$ cm iar C este mijlocul lui AD , atunci segmentul BC va avea lungimea de : a) 12,5 cm; b) 20 cm; c) 12,2 cm ; d) 12 cm .
5p	2. În figura alăturată $a \parallel b$, iar dreapta c este secantă dreptelor a și b. Valoarea lui x în grade este: a) 41^0 ; b) 82^0 ; c) 23^0 ; d) 24^0 .
5p	3. Un $\triangle ABC$ dreptunghic în A are catetele $AB = 5$ cm și $AC = 12$ cm. Mediana AM , corespunzătoare ipotenuzei, are lungimea de : a) 13 cm ; b) 8,5 cm ; c) 6,5 cm ; d) 17 cm .
5p	4. Trapezul dreptunghic TRAP cu $TR \parallel AP$, $TR > AP$, $AP = AR = 12$ cm și $\angle ART = 60^0$ are perimetrul de : a) 48 cm ; b) $48\sqrt{3}$ cm; c) $12(\sqrt{3} + 3)$ cm; d) $6(\sqrt{3} + 7)$ cm.
5p	5. Se dă cercul C (O; r). Dacă distanța de la O la coarda AB este $OM = 2\sqrt{3}$ cm și $AB = 4$ cm, atunci lungimea cercului va fi de : a) 10π cm ; b) 8π cm ; c) 12π cm ; d) $8\sqrt{3}\pi$ cm.
5p	6. Dacă ABCDA'B'C'D' este un paralelipiped dreptunghic în care $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm și $CC' = 5$ cm, atunci măsura unghiului făcut de dreptele A'C și AC este de: a) 30^0; b) 90^0 ; c) 45^0 ; d) 60^0 .



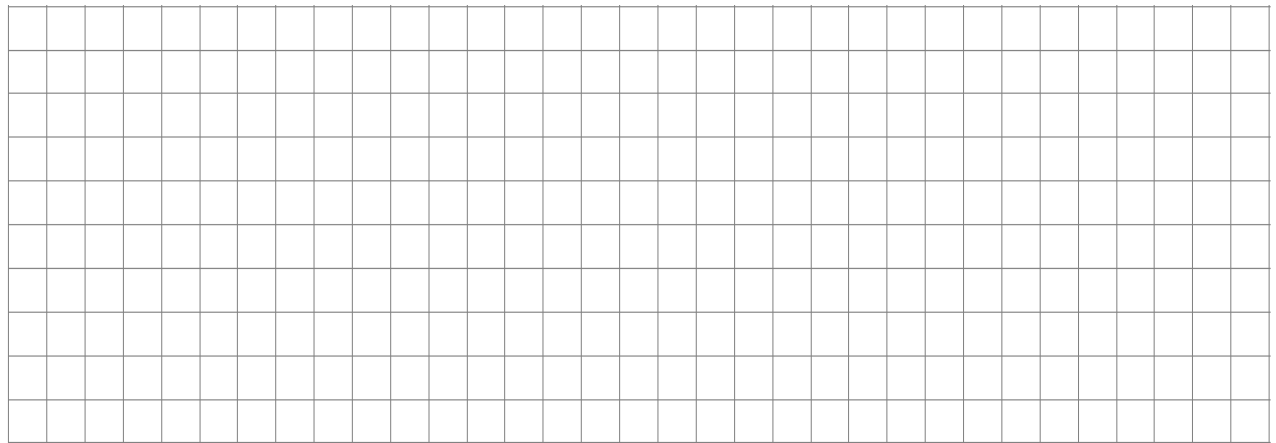
5p

3. Fie numerele $a = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ și $b = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}$

a) (3p) Arătați că $a^2 = 4$.

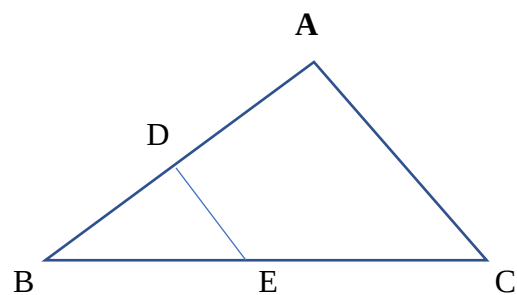


b) (2p) Arătați că $a^2 + 20 \cdot b$ este pătrat perfect.



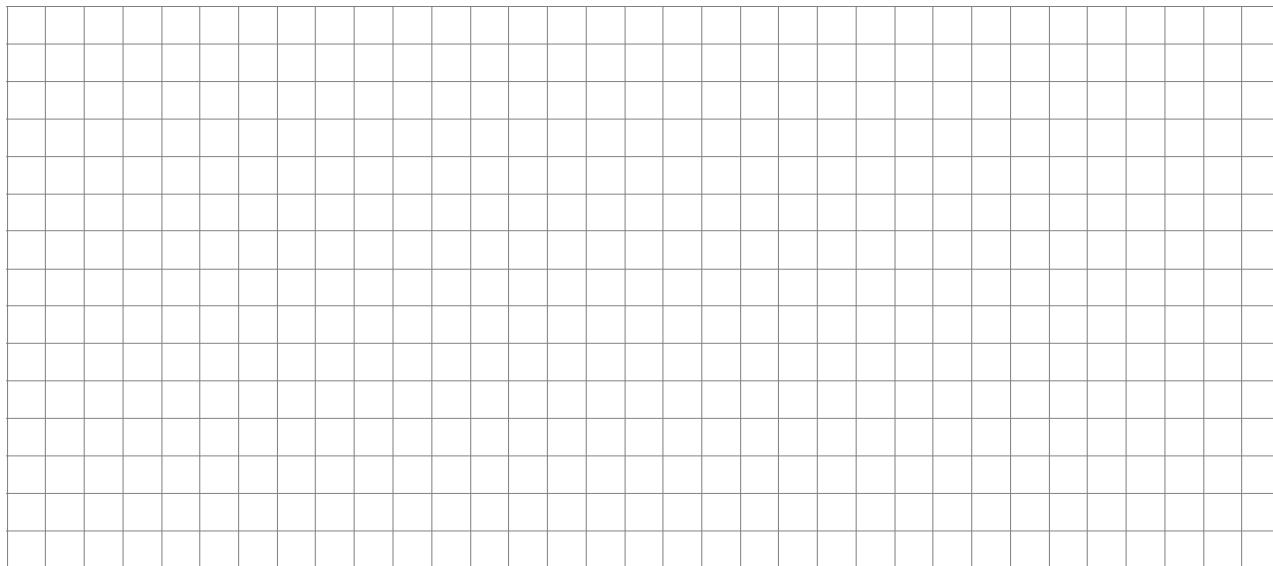
5p 4. În $\triangle ABC$, $DE \parallel AC$, $D \in (AB)$, $E \in (BC)$ Dacă $BD = 6$ cm, $AB = 18$ cm, $DE = 8$ cm și $BE = 10$ cm.

(2p) a) Arătați că perimetrul $\triangle ABC = 72$ cm





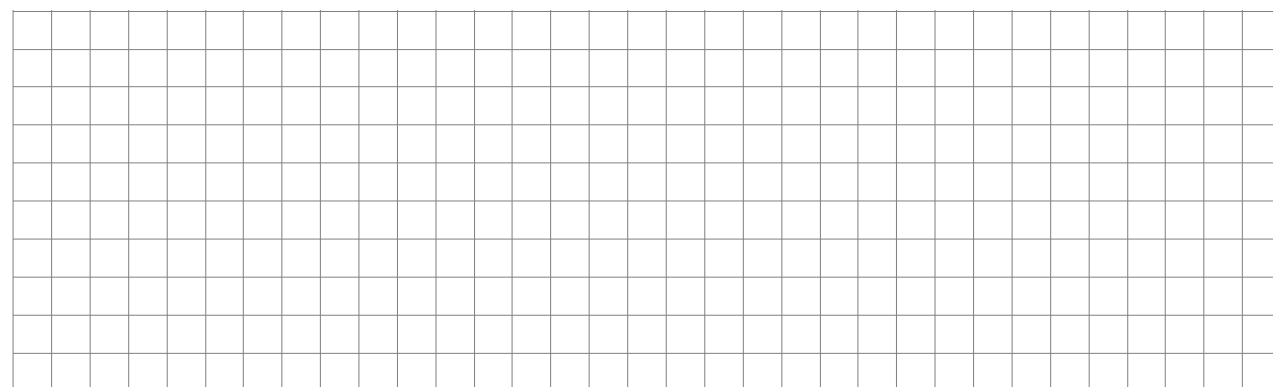
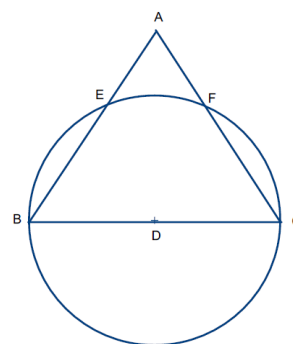
(3p) b) Calculați sinusul unghiului ECA.



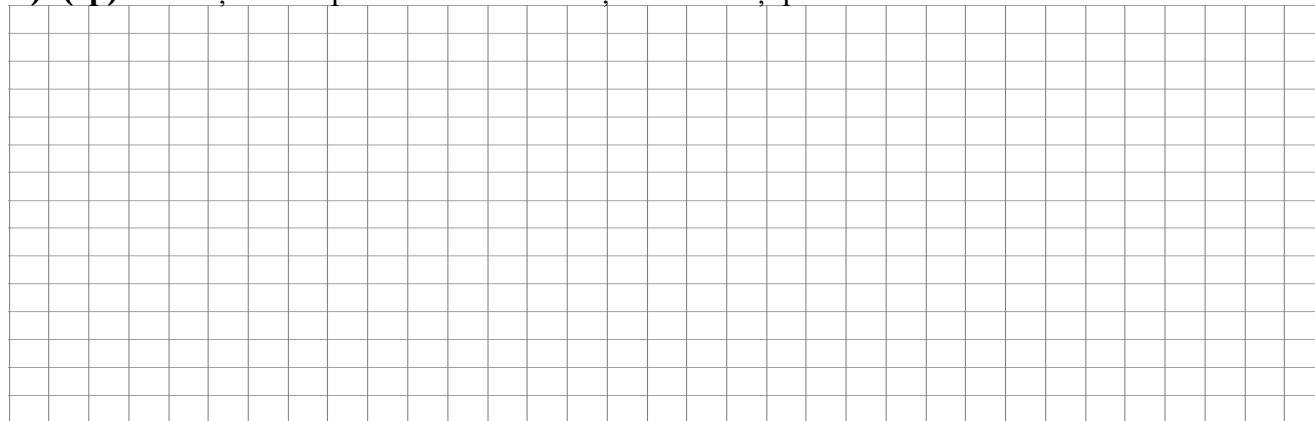
5p

5. În figura alăturată, ABC este un triunghi isoscel, cu $AB=AC=50$, $BC=60$, iar D este mijlocul laturii BC. Cercul $C(D; DB)$ intersectează laturile AB și AC în E, respectiv F.

(2p) a) Aflați lungimea segmentului CF.



a) (3p) Stabiliți natura patrulaterului BCFE și determinați perimetrul acestuia.



5p

6. Piramida patrulateră $VABCD$ are baza $ABCD$ un pătrat, cu $AB=6$ cm și fețele laterale triunghiuri echilaterale. Dacă M și N sunt mijloacele muchiilor VD și VC , iar $AC \cap BD = \{O\}$ aflați :
(3p) a) Perimetrul $\triangle MON$;

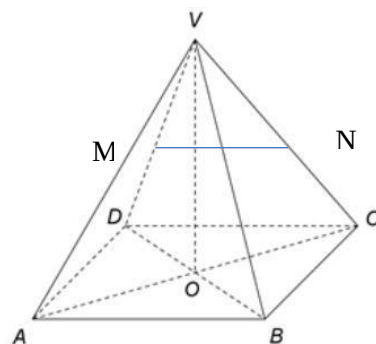
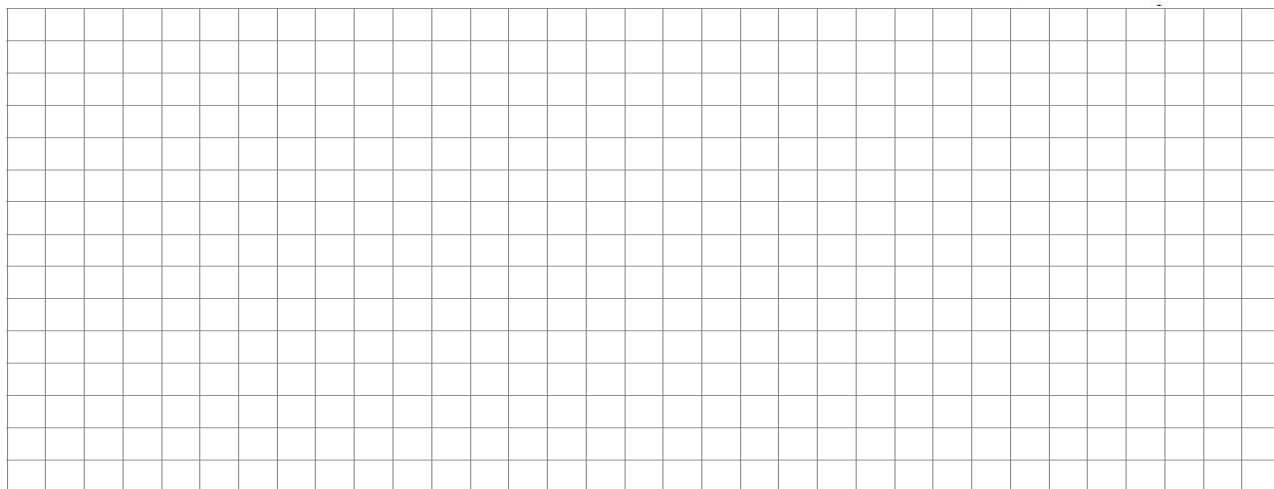


Figura 3



(2p) b) Demonstrați că $(MON) \parallel (VAB)$.



This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2022 – 2023 Matematică - Simulare județeană

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 puncte)

1.	d	5p
2.	c	5p
3.	c	5p
4.	a	5p
5.	b	5p
6.	b	5p

SUBIECTUL al II-lea - Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 puncte)

1.	d	5p
2.	c	5p
3.	c	5p
4.	d	5p
5.	b	5p
6.	c	5p

1.	a) Dacă se așează câte 3 în bancă rezultă că sunt 11 bănci ocupate + 3 goale, deci 14 bănci Apoi $14 \times 2 + 3 = 31 \neq 33$ cât am presupus că ar fi. Deci răspunsul este negativ, nu pot fi 33 de elevi.	1p 1p
	b) Notăm cu $y =$ nr. bănci și $x =$ nr. elevi. Avem $2y + 3 = x$ și $3(y - 3) = x$ Sau $2y + 3 = 3y - 9 \Rightarrow 3 + 9 = 3y - 2y \Rightarrow y = 12$ bănci. $x = 2 \cdot 12 + 3 = 27$ elevi	1p 1p 1p
	2. a) $E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 + 4x - 2 - x^2 + 16 = x^2 + 8x + 15$ $E(x) = x^2 + 3x + 5x + 15 = x(x+3) + 5(x+3) = (x+3)(x+5)$	2p 1p
3.	b)) $x^2 + 3x + 5x + 15 - x^2 - 2x = 3$ $6x = -12 \Rightarrow x = -2 \quad S = \{-2\}.$	1p 1p
	a) $a^2 = (\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}})^2 = 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} + 3 - 2\sqrt{2}$ $a^2 = 6 - 2\sqrt{9-8} = 6 - 2 \cdot 1 = 4$	1p 1p



	b)) $b = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1$ $b = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 = 3$ Numarul $a^2 + 20 \cdot b = 4 + 20 \cdot 3 = 4 + 60 = 64 = 8^2$ este număr pătrat perfect.	1p 1p 1p
4.	a) $DE \parallel AC \xRightarrow{TFA} \triangle BDE \sim \triangle BAC \Rightarrow \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC}$ sau $\frac{6}{18} = \frac{10}{BC} = \frac{8}{AC}$ de unde $BC = \frac{18 \cdot 10}{6} = 30$ cm și $AC = \frac{18 \cdot 8}{6} = 24$ cm . $P_{\triangle ABC} = 18 + 30 + 24 = 72$ cm.	1p 1p 1p
	b) Verificăm cu RTP dacă $\triangle ABC$ este dr. $BC^2 = AB^2 + AC^2$. $30^2 = 18^2 + 24^2$ (A) Atunci $\sin(\angle ECA) = \sin(\angle BCA) = \frac{AB}{BC} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$	1p 1p
5.	a) $\triangle ADC$, $\angle D = 90^\circ \Rightarrow AC^2 = AD^2 + DC^2 \Rightarrow AD = 40$ cm, $DP \perp AE \Rightarrow DP = \frac{AD \cdot DC}{AC} = \frac{30 \cdot 40}{50} = 24$ cm $\triangle DCP$, $\angle P = 90^\circ \Rightarrow DC^2 = PD^2 + PC^2 \Rightarrow PC = 18$ cm. PC înălțime în DCF ($DF = DC = r$) $\Rightarrow$ PD mediana $\Rightarrow FC = 2PC = 36$ cm	1p 1p
	a) $\angle EBC = \frac{1}{2} \widehat{EFC}$ și $\angle BEF = \frac{1}{2} \widehat{BCF} \Rightarrow \angle EBC + \angle BEF = \frac{360}{2} = 180^\circ$, unghiuri interne de aceeași parte a secantei $\Rightarrow BC \parallel EF \Rightarrow BCFE$ trapez (1), $BC \parallel EF \Rightarrow \widehat{BE} \equiv \widehat{CF}$. $\Rightarrow BE \equiv CF$ (2) Din (1) și (2) $\Rightarrow BCFE$ trapez isoscel $\triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow EF = 16,8$ cm $P_{BCFE} = 148,8$ cm	1p 1p 1p
6.	a) Avem $VA = VB = VC = AB = BC = CD = 6$ cm. În $\triangle VDC$, MN-linie mijlocie $\Rightarrow MN = \frac{DC}{2} = 3$ cm În $\triangle VDB$, MO – linie mijlocie $\Rightarrow MO = \frac{VB}{2} = 3$ cm și în $\triangle VCA$, NO – linie mijlocie $\Rightarrow NO = \frac{VA}{2} = 3$ cm Avem deci $MN = MO = NO \Rightarrow P_{\triangle MON} = 3MN = 3 \cdot 3 = 9$ cm	1p 1p 1p
	b. Avem $MN \parallel DC$ și $DC \parallel AB \Rightarrow MN \parallel AB$ și $AB \subset (VAB)$ $\Rightarrow MN \parallel (VAB)$ (1). $NO \parallel VA$, $VA \subset (VAB) \Rightarrow NO \parallel (VAB)$ (2) . Din (1) și (2) $\Rightarrow (MON) \parallel (VAB)$.	1p 1p

Prezenta lucrare conține ____ pagini

**SIMULAREA EXAMENULUI DE
EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022-2023

Matematică

Numele:
.....
Inițiala prenumelui tatălui:
Prenumele:
.....
Școala de proveniență:
.....
Centrul de examen:
Localitatea:
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. Numărul 242 este multiplu al numărului: a) 7 b) 11 c) 12 d) 17
5p	2. Valoarea lui x care verifică egalitatea $\frac{x}{30} = \frac{7}{15}$ este egală cu: a) $\frac{7}{3}$ b) 8 c) 14 d) 16
5p	3. Opusul numărului $a = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{36}$ este: a) -6 b) -3 c) 3 d) 6
5p	4. Cel mai mare dintre numerele raționale $2,(4)$; $2,4(2)$; $2,22$; $2,(42)$ este: a) $2,4(2)$ b) $2,(4)$ c) $2,(42)$ d) $2,22$

5p

5. Dacă $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ și $b = \sqrt{15}$, atunci $a^2 - 2b + 1$ este egal cu:

a) $\sqrt{15}$

b) $9 - 2\sqrt{15}$

c) 8

d) 9

5p

6. În tabelul următor sunt înregistrate temperaturile medii zilnice dintr-o săptămână.

Ziua	L	M	M	J	V	S	D
Temperatura	-4°C	-3°C	-2°C	1°C	$x^{\circ}\text{C}$	1°C	2°C

Dacă temperatura medie din aceea săptămână a fost -1°C , atunci x este egal cu:

a) -2

b) 0

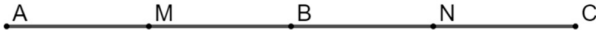
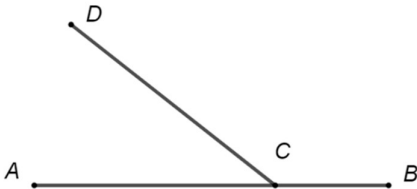
c) 1

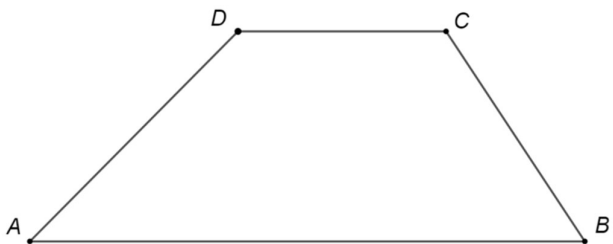
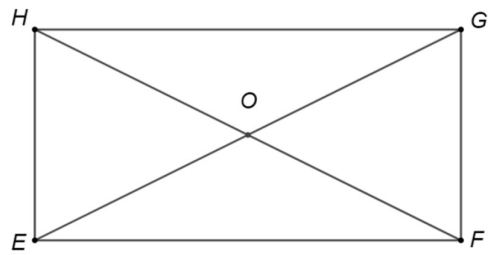
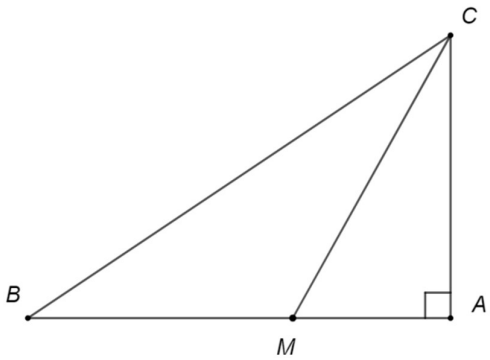
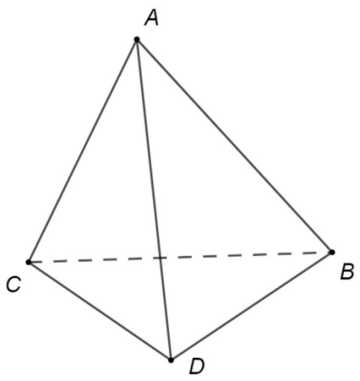
d) 3

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată, punctul M este mijlocul segmentului AB, N este mijlocul segmentului BC, iar C este simetricul punctului A față de punctul B. Valoarea raportului $\frac{AN}{MN}$ este: a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{2}$
	
5p	2. În figura alăturată, unghiurile ACD și DCB sunt adiacente suplementare. Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor ACD și DCB este : a) 90° b) 100° c) 120° d) 150°
	

5p	3. Figura alăturată reprezintă schița unui teren în formă de trapez $ABCD$ cu aria de 144 m^2 și lungimea liniei mijlocii de 36 m. Distanța dintre laturile AB și DC este egală cu: a) 2 m b) 4 m c) 8 m d) 12 m 
5p	4. Dreptunghiul $EFGH$ din figura alăturată are lungimea $EF = 15 \text{ cm}$ și lățimea $FG = 5\sqrt{3} \text{ cm}$. Dacă $HF \cap EG = \{O\}$, măsura unghiului GOF este : a) 60° b) 90° c) 120° d) 150° 
5p	5. În figura alăturată ABC este un triunghi dreptunghic în A cu măsura unghiului B de 30°. Dacă lungimea bisectoarei CM este egală cu 10 cm, atunci lungimea catetei AB este egală cu: a) 8 cm b) 10 cm c) 15 cm d) 16 cm 
5p	6. În figura alăturată $ABCD$ este un tetraedru regulat cu aria feței ABC egală cu $9\sqrt{3} \text{ dm}^2$. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu: a) 18 dm b) 36 dm c) 72 dm d) 81 dm 

(2p) a) Arată că numărul $a = 5$.

[illegible]

A full-page sheet of white graph paper with a uniform black grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins, text, or other markings on the page.

5p

3. Se consideră expresia $E(x) = (3x - 2)^2 + (1 - x\sqrt{5})(x\sqrt{5} + 1) + 4$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = 4x^2 - 12x + 9$, pentru orice număr real x .

[illegible]

(3p) b) Determină valorile întregi ale lui n pentru care $E(n) < 36$.

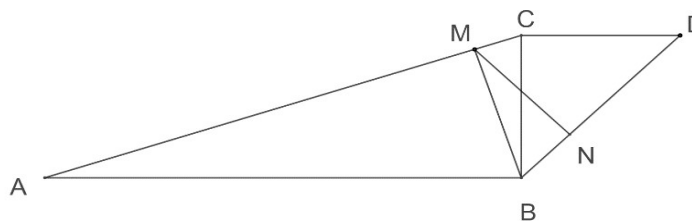
[illegible]

[illegible]

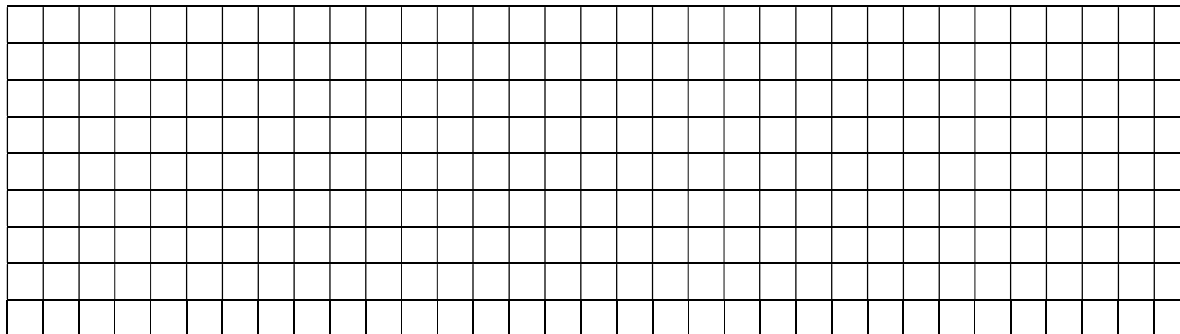
A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins or additional markings on the page.

5p

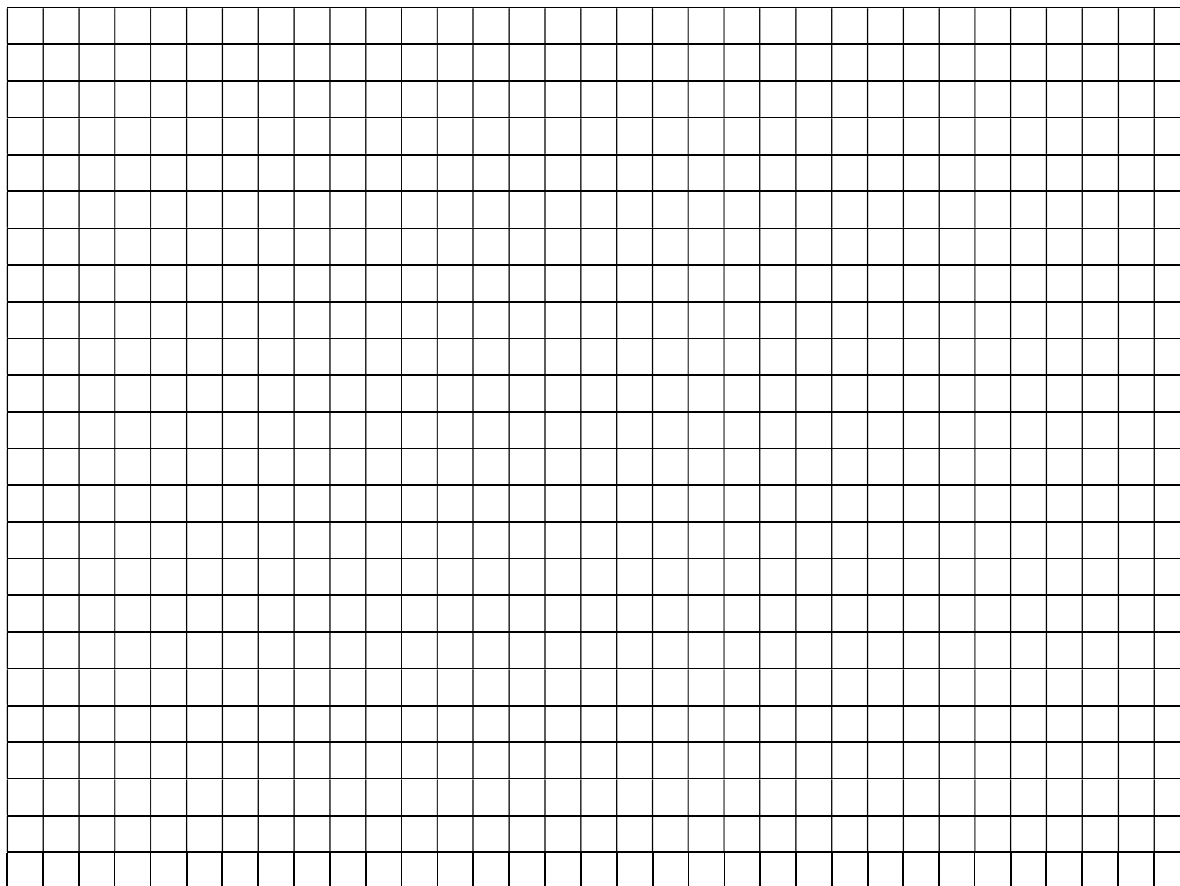
5. În figura alăturată sunt reprezentate triunghiurile ABC și BCD dreptunghice în B , respectiv în C . Se știe că $\angle BAC = 15^\circ$, $BC \equiv CD$, $BM \perp AC$ și $MN \perp BD$.



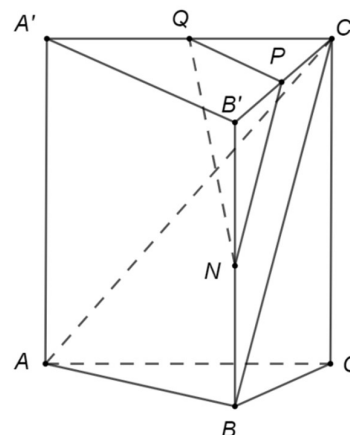
(2p) a) Arată că măsura unghiului BMN este de 30° .



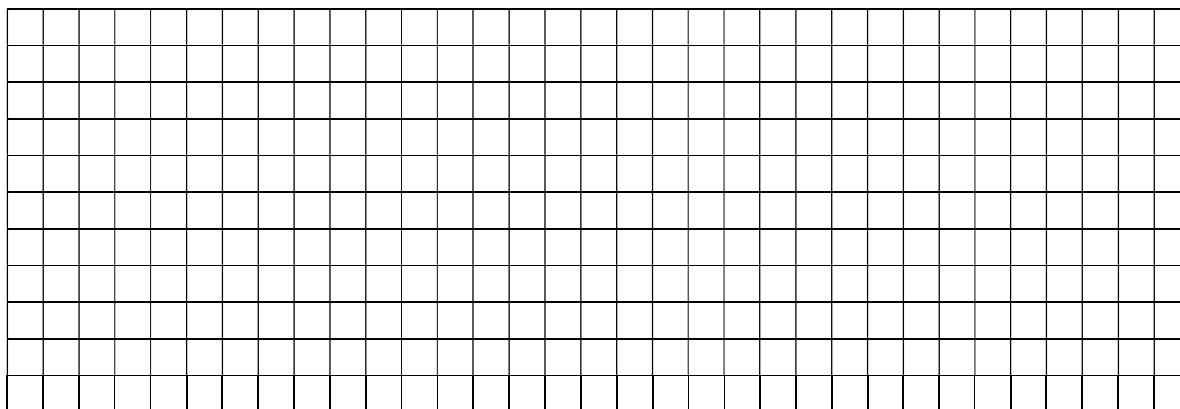
(3p) b) Dacă $BN = 2$ cm, află distanța de la M la dreapta BC .



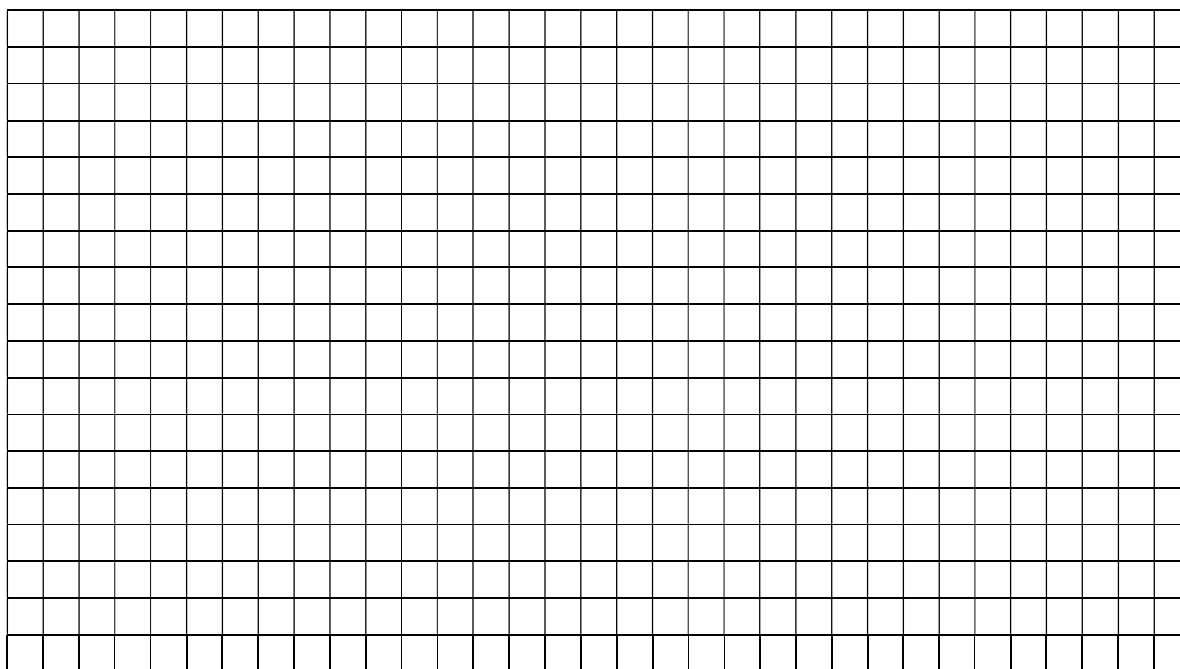
- 5p** 6. În figura alăturată este desenată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = 8\text{ m}$ și $AA' = 6\text{ m}$. Punctele N, P și Q sunt mijloacele segmentelor, BB' , $B'C'$, respectiv $A'C'$.



- (2p) a)** Arată că planele (QPN) și $(C'AB)$ sunt paralele.



- (3p) b)** Calculează cosinusul unghiului determinat de dreptele QP și $C'B$.



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2022-2023

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	a)	5p
4.	b)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	a)	5p
3.	b)	5p
4.	a)	5p
5.	c)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Dacă Radu ar avea 600 de lei, o cincime este 120 de lei, deci Tudor ar avea $120 + 200 = 320$ lei	1p
	$320 \neq 480$ ($600 - 120 = 480$) . Deci Radu nu poate avea 600 de lei	1p

	b) Notez cu x suma pe care o are Radu , deci Tudor are $800 - x$ $x - \frac{x}{5} = 800 - x + \frac{x}{5}$ $x = 500$ deci Tudor are 300 de lei. OBS. (Daca se încearcă rezolvarea cu sistem de ecuații, scrierea corectă a sistemului se punctează cu 2p)	1p 1p 1p
2.	a) $a = \left(\frac{18}{\sqrt{20}} - \frac{6}{\sqrt{45}} + \frac{32}{\sqrt{80}} \right) \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{5}} \right)^{-1} = \left(\frac{9}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{8}{\sqrt{5}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{3} \right)$ $a = \frac{15}{3} = 5$	1p 1p
	b) $b = 5^3$, $m_g = \sqrt{a \cdot b} ,$ $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{5^4} = 5^2 = \text{pătrat perfect}$	1p 1p 1p
3.	a) $E(x) = 9x^2 - 12x + 4 + 1 - 5x^2 + 4 =$ $= 4x^2 - 12x + 9 .$	1p 1p
	b) $E(n) = (2n - 3)^2, n \in \mathbb{N}$ $E(n) < 36 \Leftrightarrow 2n - 3 < 6$ Se obține $n \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\} .$ Obs Dacă se obțin toate valorile lui n prin încercări se acordă 1p.	1p 1p 1p
4.	a) Justifică OM linie mijlocie în triunghiul DNB , $OM = \frac{DN}{2}$, deci $OM = 4$ cm	1p 1p
	b) Deoarece $OM^2 = AM \cdot MB \Rightarrow MB = 2$ cm $\Rightarrow MN = 2$ cm $\Rightarrow AN = 6$ cm $tg(\sphericalangle APN) = tg(\sphericalangle AOM) \Rightarrow PN = 3$ cm Justifică $PNMO$ trapez (dreptunghic) și determină aria sa de 7 cm^2 .	1p 1p 1p
5.	a) $\sphericalangle BAC = 15^\circ \Rightarrow \sphericalangle ACB = 75^\circ \Rightarrow \sphericalangle CBM = 15^\circ$ $\sphericalangle BCD = 90^\circ, BC \equiv CD \Rightarrow \triangle BCD$ dreptunghic isoscel $\Rightarrow \sphericalangle CBD = 45^\circ$ Se obține $\sphericalangle MBN = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle BMN = 30^\circ$.	1p 1p
	b) Fie $MP \perp BC, P \in BC \Rightarrow d(M, BC) = MP$. Cum $\sphericalangle BMN = 30^\circ, BN = 2$ cm $\Rightarrow MB = 4$ cm și $MN = 2\sqrt{3}$ cm . Notând cu $\{Q\} = MN \cap BC \Rightarrow \triangle BNQ$ dreptunghic isoscel $\Rightarrow BN = NQ = 2$ cm $\Rightarrow MQ = (2\sqrt{3} - 2)$ cm . Cum $\triangle MQP$ este dreptunghic isoscel și $MQ = (2\sqrt{3} - 2)$ cm $\Rightarrow MP = (\sqrt{6} - \sqrt{2})$ cm .	1p 1p 1p
6.	a) $QP \parallel A'B'$ (QP linie mijlocie în triunghiul $C'A'B'$) $A'B' \parallel AB$ ($A'B'BA$ dreptunghi), deci $QP \parallel AB$, $PN \parallel C'B$ (PN linie mijlocie în triunghiul $C'B'B$)	1p

	$QP \cap PN = \{P\}, QP \subset (QPN), PN \subset (QPN)$ $QP \parallel (C'AB), PN \parallel (C'AB) \Rightarrow (QPN) \parallel (C'AB)$	1p
	b) $QP \parallel AB, PN \parallel C'B \Rightarrow \sphericalangle(QP, C'B) = \sphericalangle ABC'$ Conform T. Pitagora în triunghiul $C'BC$ $C'B^2 = C'C^2 + BC^2 \Rightarrow C'B = 10$ m Fie $C'M \perp AB, M \in AB$, $\cos(\sphericalangle C'BM) = \frac{MB}{C'B} = \frac{2}{5}$	1p 1p 1p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU
ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

Anul școlar 2022-2023

Matematică

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.***(30 de puncte)**

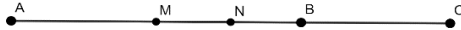
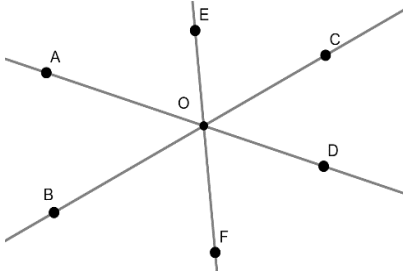
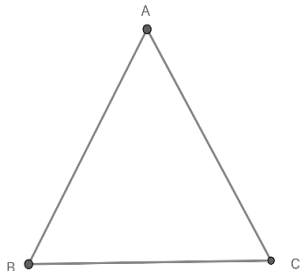
5p	1. Rezultatul calculului $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ este: a) $\frac{3}{11}$; b) 1; c) $\frac{5}{6}$; d) $\frac{7}{6}$.
5p	2. Cel mai mare număr întreg din intervalul $[-3, 4)$ este: a) 4 ; b) -3; c) 5 ; d) 3 .
5p	3. Numărul numerelor divizibile cu 3 din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ este: a) 1; b) 3; c) 5; d) 4.
5p	4. Media aritmetică a numerelor $4 + 2\sqrt{2}$ și $2(1 - \sqrt{2})$ este: a) 2 ; b) $3 + 2\sqrt{2}$; c) $2 - \sqrt{2}$; d) 3.

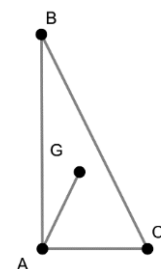
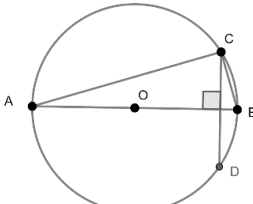
5p	5. Temperatura maximă măsurată este prezentată în tabelul următor: <table><tr><td>Ziua</td><td>Luni</td><td>Marți</td><td>Miercuri</td><td>Joi</td><td>Vineri</td></tr><tr><td>Temperatura</td><td>5°</td><td>-2°</td><td>4°</td><td>-3°</td><td>2°</td></tr></table> Cea mai mare diferență de temperatură este între zilele: a) Luni și Marți; b) Miercuri și Joi ; c) Luni și Joi; d) Marți și Joi.	Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Temperatura	5°	-2°	4°	-3°	2°
Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri								
Temperatura	5°	-2°	4°	-3°	2°								
5p	6. Dacă numerele reale a și b sunt direct proporționale cu 2 și 3, iar $a + b = 20$, atunci egalitatea $a + 2b = 30$ este: a) Adevărată; b) Falsă.												

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	1. În figura alăturată punctele A, B și C sunt coliniare, iar M și N sunt mijloacele segmentelor AB și AC. Dacă $AB = 4\text{ cm}$ și $BC = 2\text{ cm}$, atunci lungimea segmentului MN este: a) 1 cm; b) 2 cm; c) 3 cm; d) 1,5 cm. 
5p	2. Unghiurile AOB și COD din figura alăturată sunt opuse la vârf. Semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOC, iar semidreapta OF este semidreapta opusă semidreptei OE. Dacă $\angle COD = 40^{\circ}$, atunci măsura unghiului AOF este egală cu: a) 80°; b) 70°; c) 250°; d) 110°. 
5p	3. Fie $\triangle ABC$ în care $\angle A = 60^{\circ}$, iar $\angle B = \frac{\angle B + \angle C}{2}$. Dacă $BC = 2\text{ cm}$, atunci perimetrul $\triangle ABC$ este: a) 7 cm ; b) 5 cm; c) $6 + 2\sqrt{3}\text{ cm}$; d) 6 cm. 

5p	4. Se consideră $\triangle ABC$ ($\sphericalangle A = 90^\circ$) și $BC = 6\text{cm}$. Dacă G este centrul de greutate al $\triangle ABC$, atunci lungimea segmentului AG este: a) 2 cm; b) 4 cm; c) 3 cm; d) 6 cm.	
5p	5. Fie AB diametru în cercul de centru O și rază 10 cm și $CD \perp AB$. Dacă $AC = 10\sqrt{3}\text{cm}$, atunci aria triunghiului ADC este: a) 24cm^2; b) 75cm^2; c) $75\sqrt{3}\text{cm}^2$; d) $50\sqrt{3}\text{cm}^2$.	
5p	6. Suma muchiilor unui tetraedru regulat este 36cm. Suma ariilor tuturor fețelor tetraedrului este: a) $36\sqrt{3}\text{cm}^2$; b) 30cm^2; c) $12\sqrt{2}\text{cm}^2$; d) 18cm^2.	

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 1.** Un excursionist parcurge un traseu în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{1}{4}$ din lungimea traseului, în doua zi $\frac{2}{3}$ din rest, iar în a treia zi, ultimii 24 km.

(2p) a) Este posibil ca lungimea traseului să fie de 100km? Justificați răspunsul.

[illegible]

(3p) b) Câți kilometri a parcurs excursionistul în a doua zi ?

[illegible]

2. Se consideră numerele $a = \frac{9}{\sqrt{3}} - \frac{3}{2}\sqrt{1 + \frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{14}{5} \cdot \frac{20}{7}}$ și $b = \sqrt{12} - \sqrt{8}$.

(2p) a) Să se arate că $a = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

[illegible]

(3p) b) Să se arate că media geometrică a numerelor a și b este un număr natural.

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 1 cm by 1 cm each. There are 20 columns and 18 rows of squares. A single horizontal line runs across the middle of the page, separating the top 9 rows from the bottom 9 rows. This line is slightly thicker than the other grid lines. The margins are uniform on all sides.

3. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 1| \leq 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 1\}$.

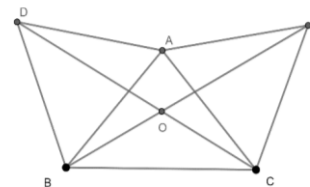
(3p) a) Să se determine mulțimea A .

[illegible]

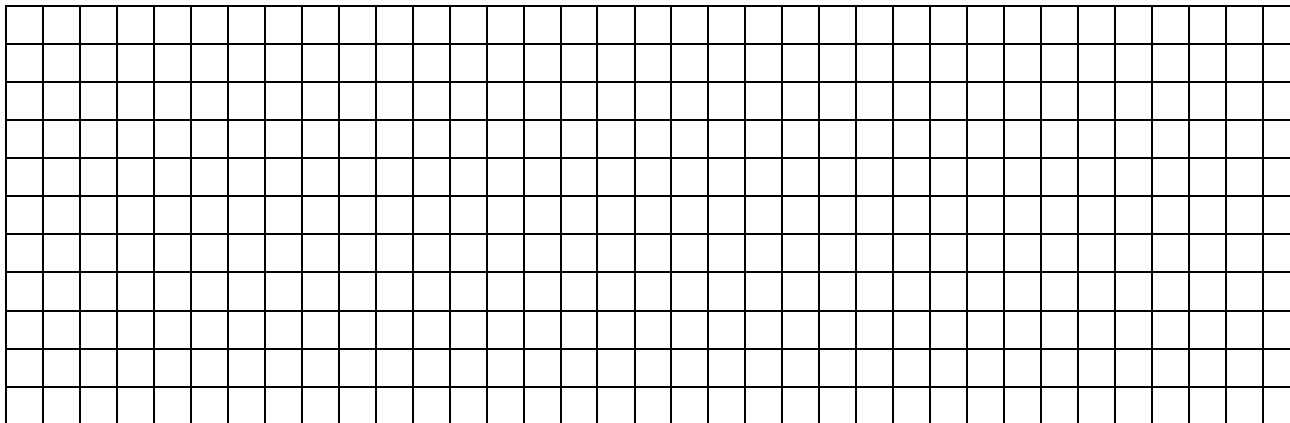
(2p) b) Aflați cardinalul mulțimii $A \cap B$.

[illegible]

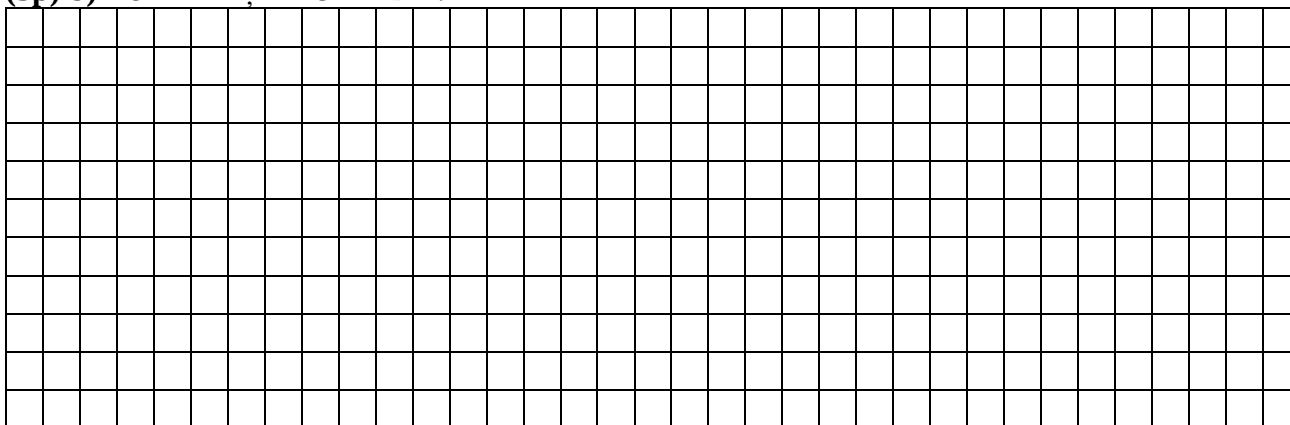
4. În exteriorul triunghiului isoscel ABC ($AB = AC$) se construiesc triunghiurile echilaterale ABD și ACE . Notăm $BE \cap CD = \{O\}$.



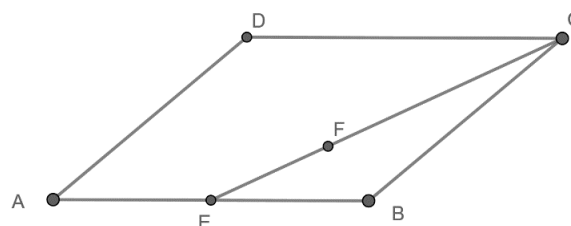
(2p) a) Să se arate că $BE \equiv CD$;



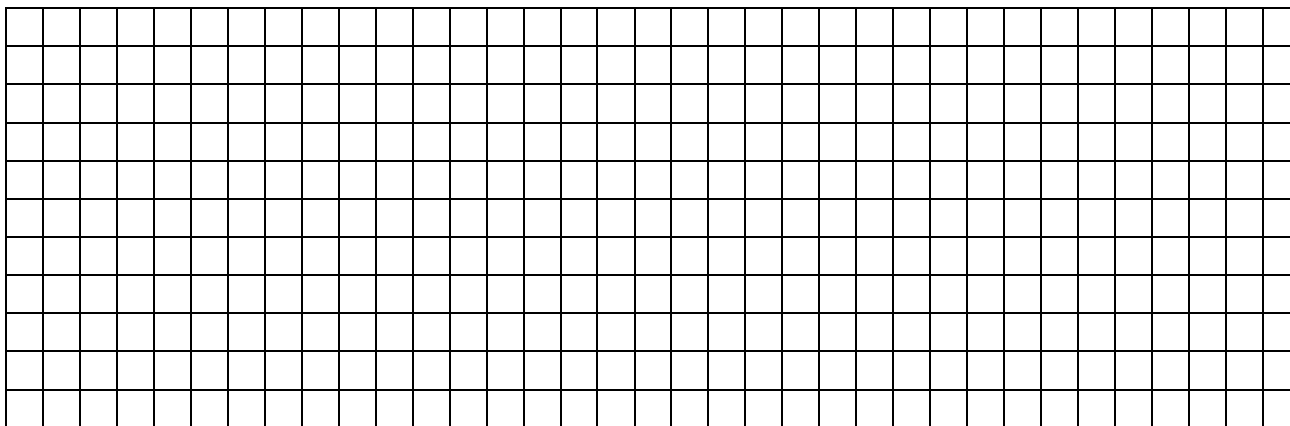
(3p) b) Demonstrați că $OA \perp DE$.



5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ având aria 32cm^2 . Fie E mijlocul segmentului AB și $F \in CE$ astfel încât $CF = 2FE$.



(2p) a) Aflați aria triunghiului CEB ;

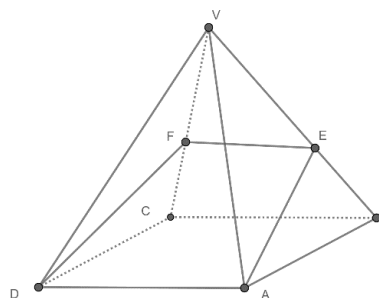


(3p) b) Arătați că punctele B, F, D sunt coliniare.

A full-page sheet of white graph paper with a uniform black grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high, covering the entire area of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

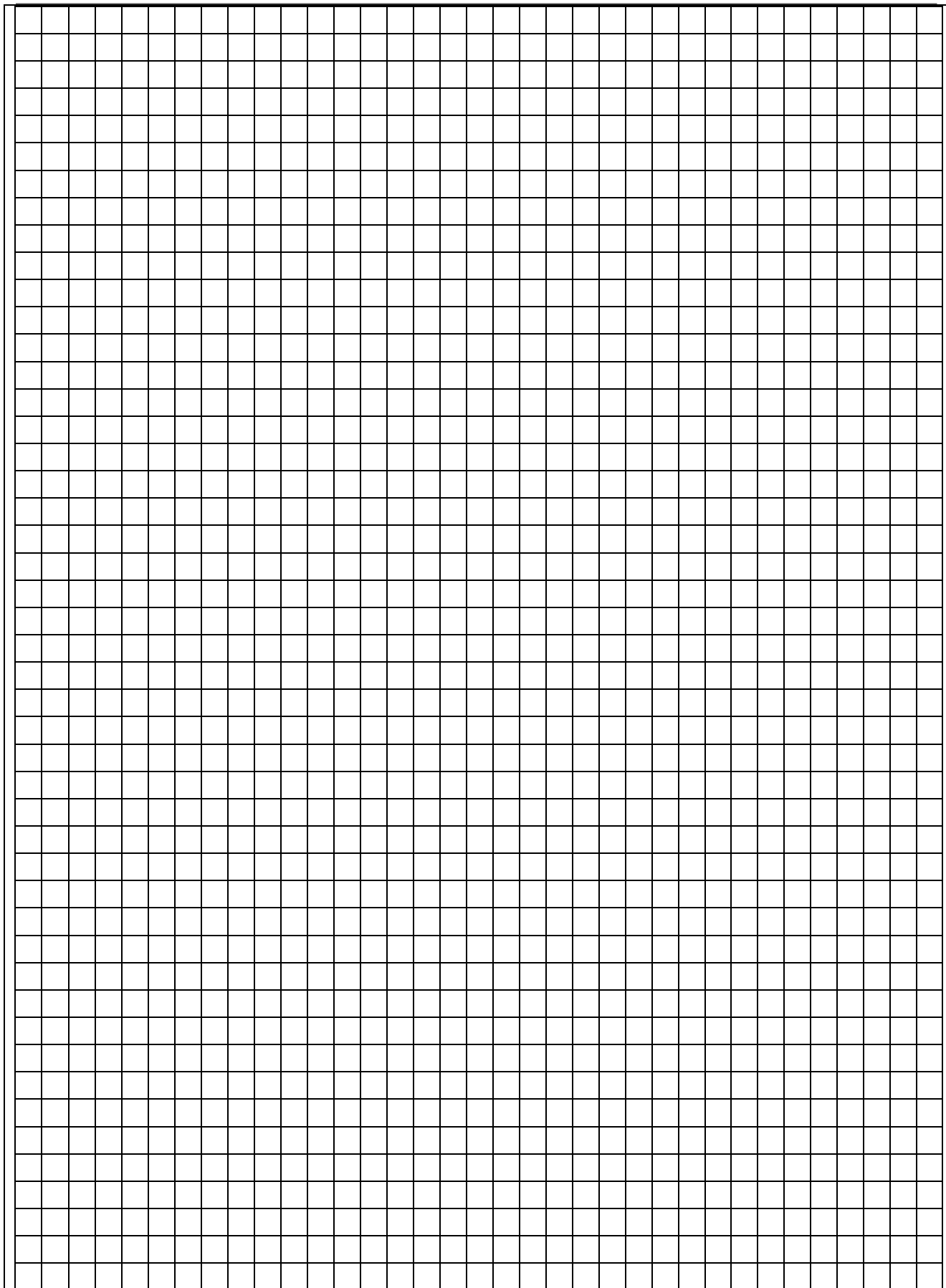
6. În piramida patrulateră regulată $VABCD$ avem $VA=12cm$ și $\sphericalangle VAB=70^\circ$. Pe muchia VB se consideră punctul E , iar pe muchia VC se consideră punctul F .

(2p) a) Calculați măsura unghiului AVB ;

[illegible]

(3p) b) Să se determine cea mai mică valoare a sumei $AE + EF + FD$.

[illegible]



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MARAMUREȘ
EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A
SIMULARE

Anul școlar 2022 – 2023

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.

- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b	5p
2.	d	5p
3.	d	5p
4.	d	5p
5.	c	5p
6.	b	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a	5p
2.	d	5p
3.	d	5p
4.	a	5p
5.	c	5p
6.	a	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a. Presupunem că lungimea traseului este de 100km. Atunci în prima zi parcurge $\frac{1}{4} \cdot 100 = 25km$ și rămân $100 - 25 = 75km$. În a doua zi parcurge $\frac{2}{3} \cdot 75 = 50km$ și rămân pentru a treia zi 25 km ceea ce este fals. Deci lungimea nu poate fi 100 km. Obs. Rezolvarea completă a punctului b. și specificarea faptului că lungimea drumului nu poate fi 100km se punctează cu 2p.	2p
	b. Fie x lungimea drumului. Atunci în prima zi parcurge $\frac{1}{4}x$ și rămân $x - \frac{x}{4} = \frac{3x}{4} km$ În a doua zi parcurge $\frac{2}{3} \cdot \frac{3x}{4} = \frac{x}{2}$ și rămân $\frac{3x}{4} - \frac{x}{2} = \frac{x}{4} km$ Deci $\frac{x}{4} = 24 \Rightarrow x = 96km$, atunci a doua zi a parcurs 48 km	1p
		1p
		1p

2.	a. $a = \frac{9\sqrt{3}}{3} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{8}$ $a = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$	1p 1p
	b. $b = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{(2\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(2\sqrt{3} + 2\sqrt{2})} = \sqrt{12 - 8} = \sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}$	1p 2p
3.	a. $ 2x - 1 \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 2x - 1 \leq 3 \mid +1 \Leftrightarrow -2 \leq 2x \leq 4 \mid :2 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$ $A = \{-1, 0, 1, 2\}$	2p 1p
	b. $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow B = \{\pm 1\}$ $A \cap B = \{-1, 1\}$, deci $\text{card } A \cap B = 2$	1p 1p
4.	a. Deoarece $\triangle ABC$ este isoscel $\Rightarrow \sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle ACB \Rightarrow \sphericalangle DBC \equiv \sphericalangle ECB$ Dar $BC \equiv BC, DB \equiv AB \equiv AC \equiv CE \xRightarrow{LUL} \triangle BDC \equiv \triangle CEB \Rightarrow BE \equiv CD$	1p 1p
	b. Din a. $\Rightarrow \sphericalangle DCB \equiv \sphericalangle ECB \Rightarrow \sphericalangle OBC \equiv \sphericalangle OCB \Rightarrow \triangle OBC$ este isoscel $\Rightarrow OB \equiv OC \Rightarrow OD \equiv OE$ Atunci triunghiurile ODE și ADE sunt isoscele cu baza comună DE deci OA este mediatoarea lui $DE \Rightarrow OA \perp DE$	1p 1p 1p
5.	a. $ABCD$ paralelogram $\Rightarrow \triangle BAC \equiv \triangle DCA \Rightarrow A_{BAC} = A_{DCA} = \frac{1}{2} A_{ABCD} = 16\text{cm}^2$ Dar CE este mediană în $\triangle CAB \Rightarrow A_{CEB} = \frac{1}{2} A_{BAC} = 8\text{cm}^2$	1p 1p
	b. CE este mediană în $\triangle CBA, CF = \frac{2}{3} CE$, deci punctul F este centrul de greutate al $\triangle CBA$ Fie $\{O\} = AC \cap BD$. Cum $ABCD$ este paralelogram $\Rightarrow O$ este mijlocul $AC \Rightarrow BO$ este mediană în $\triangle CBA \Rightarrow F \in BO$ Dar $O \in BD \Rightarrow F \in BD \Rightarrow$ punctele B, F, D sunt coliniare	1p 1p 1p
6.	a. $VABCD$ piramidă patrulateră regulată $\Rightarrow VA = VB \Rightarrow \triangle VAB$ este isoscel $\Rightarrow \sphericalangle VAB = \sphericalangle VBA = 70^\circ$ Atunci $\sphericalangle AVB = 180^\circ - (\sphericalangle VAB + \sphericalangle VBA) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$	1p 1p
	b. Desfășurăm în plan fețele VAB, VBC și VCD atunci suma $AE + EF + FD$ rămâne neschimbată după desfășurare. Acestă sumă este minimă dacă A, E, F, D sunt coliniare Dar $\triangle VAD$ obținut după desfășurare este isoscel cu $\sphericalangle AVD = 3 \cdot 40^\circ = 120^\circ$. Atunci $\sphericalangle VDA = \sphericalangle VAD = 30^\circ$. Ducem $VM \perp AD, M \in AD$, în $\triangle VMA (\sphericalangle M = 90^\circ, \sphericalangle A = 30^\circ) \Rightarrow VM = \frac{1}{2} VA = 6\text{cm}$, deci $AM^2 = VA^2 - VM^2 \Rightarrow AM = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\text{cm}$, deci $AD = 12\sqrt{3}\text{cm}$	1p 2p

Prezenta lucrare conține _____ pagini

**SIMULARE - EVALUAREA
NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII
CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2022 – 2023
Matematică**

Numele:.....
.....
Inițiala prenumelui tatălui:
Prenumele:.....
.....
Școala de proveniență:
.....
Centrul de examen:
Localitatea:
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.***(30 de puncte)**

5p	1. Rezultatul calculului $-15 + 7^2 : 7$ este egal cu : a) -22 b) 8 c) -8 d) 22								
5p	2. Secvența care conține doar pătrate perfecte este : a) $(49, 100, 289)$ b) $(25, 64, 194)$ c) $(16, -81, 121)$ d) $(8, 27, 125)$								
5p	3. Suma soluțiilor numere naturale ale inecuației $3x - 1 \leq 8$ este egală cu : a) 3 b) 6 c) 10 d) 5								
5p	4. Numărul $-3\sqrt{3}$ aparține intervalului: a) $[-4\sqrt{2}, -5]$ b) $(-\sqrt{27}, -1)$ c) $[-4, -\sqrt{3}]$ d) $[-5\sqrt{3}, -5\sqrt{2}]$								
5p	5. Patru elevi descompun expresia $x^3 + x^2 - 9x - 9$ în factori ireductibili și obțin rezultate diferite: <table><tr><td>Anita</td><td>Bogdan</td><td>Corina</td><td>Dan</td></tr><tr><td>$x(x^2 + x - 9) - 9$</td><td>$(x + 1)(x - 3)(x + 3)$</td><td>$(x^2 + 3)(x - 3)$</td><td>$(x + 1)(x - 1)(x + 9)$</td></tr></table> Rezultatul corect este dat de: a) Anita b) Bogdan c) Corina d) Dan	Anita	Bogdan	Corina	Dan	$x(x^2 + x - 9) - 9$	$(x + 1)(x - 3)(x + 3)$	$(x^2 + 3)(x - 3)$	$(x + 1)(x - 1)(x + 9)$
Anita	Bogdan	Corina	Dan						
$x(x^2 + x - 9) - 9$	$(x + 1)(x - 3)(x + 3)$	$(x^2 + 3)(x - 3)$	$(x + 1)(x - 1)(x + 9)$						

- 5p 6. Mihaela afirmă că numărul elementelor mulțimii $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \mid 75\}$ este 6. Afirmatia Mihaelei este:
- Adevărată
 - Falsă

SUBIECTUL al II-lea

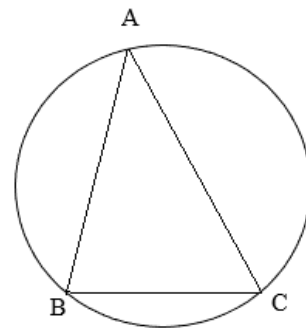
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

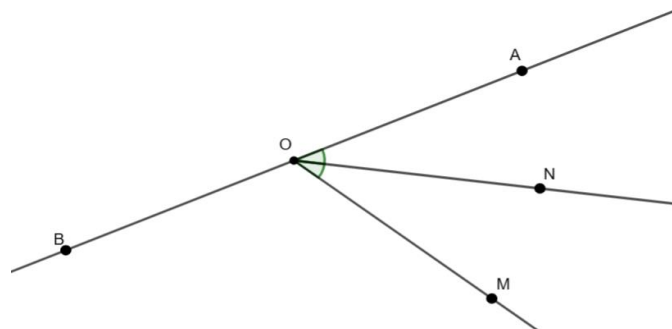
- 5p 1. În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare A, M, T, N, B . Punctul T este mijlocul segmentului MN , $AM = NB = 3 \text{ cm}$ și $AB = 22 \text{ cm}$. Lungimea segmentului BT este egal cu :
- 1,9 dm
 - 1,1 dm
 - 8 cm
 - 16 cm



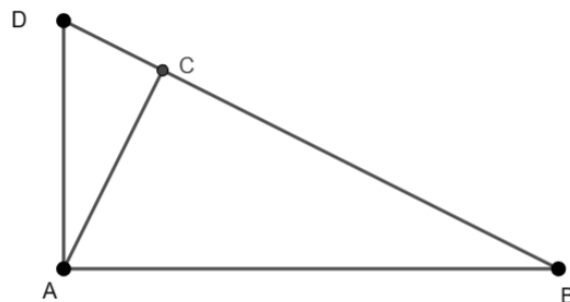
- 5p 2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC înscris într-un cerc. Dacă $\angle A = 30^\circ$ și $\angle B = 80^\circ$, atunci măsura arcului mic AB este egală cu :
- 35°
 - 140°
 - 70°
 - 160°

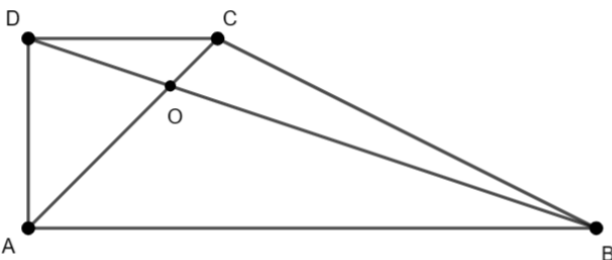
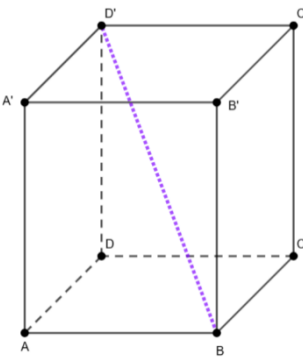


- 5p 3. În figura alăturată punctele A, O, B sunt coliniare, $\angle BOM = 120^\circ$ și ON este bisectoarea $\angle AOM$. Atunci măsura $\angle BON$ este egală cu:
- 60°
 - 120°
 - 150°
 - 100°



- 5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABD dreptunghic în A , $AC \perp BD$, $C \in BD$. Dacă $DC = 9 \text{ cm}$ și $BD = 25 \text{ cm}$, atunci distanța de la A la DB este de:
- 15 cm
 - 144 cm
 - 12 cm
 - 16 cm



5p	5. În figura alăturată este reprezentat un trapez ABCD, cu bazele 4 cm, respectiv 12 cm, iar diagonalele AC și BD se intersectează în punctul O. Raportul dintre aria triunghiului DOC și AOB este egal cu: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{9}$	
5p	6. $ABCD A' B' C' D'$ este o prismă patrulateră regulată cu $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $AA' = 9$ cm. Lungimea diagonalei BD' este: a) 15 cm b) $\sqrt{153}$ cm c) 12 cm d) 9 cm	

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p	1. Un grup de prieteni plănuiesc o excursie de trei zile pe un traseu. În prima zi se va parcurge $\frac{1}{3}$ din traseu, a doua zi 40% din traseul rămas, iar a treia zi restul de 180 km. (2p) a) Este posibil ca traseul rămas pentru a treia zi, să reprezinte 40% din toată excursia? Justificați răspunsul.
	(3p) b) Care este numărul de km parcurși în prima zi?

5p

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x - 3)^2 - 3(x - 2)^2 - 2(1 + x)(x - 1) + 10$, unde $x \in \mathbb{R}$.
(2p) a) Arătați că $E(x) = (3 - x)(x + 3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Calculați media geometrică a numerelor $E(1 + \sqrt{3})$ și $E(1 - \sqrt{3})$.

5p

3. Fie numerele reale $a = \sqrt{51 + 10\sqrt{2}}$ și $b = 0, (3) \cdot 12\sqrt{8} - \left(\frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{21}{\sqrt{18}} - \frac{99}{\sqrt{242}}\right) : 0,5$.

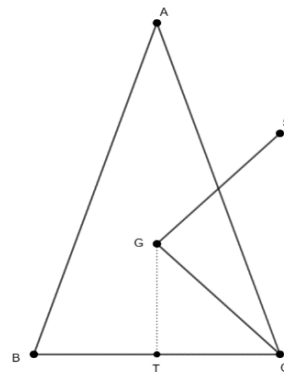
(2p) a) Arătați că $(1 + 5\sqrt{2})^2 = a^2$.

(3p) b) Calculați $(b - a)^{2023}$.

5p

4. Se dă triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, $BC = 14$ cm. Se notează cu G centrul de greutate al triunghiului, cu T mijlocul segmentului BC și cu S simetricul punctului G față de mijlocul segmentului AC , $GT = 8$ cm.

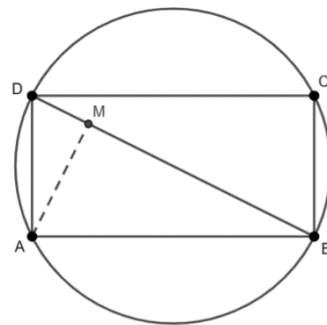
(2p) a) Arătați că perimetrul triunghiului ABC este de 64 cm.



(3p) b) Calculați distanța de la punctul S la dreapta CG .

- 5p 5. Diagonala dreptunghiului ABCD este de 20 cm.
Fie $AM \perp BD$ și $MB = 3MD$.

(2p) a) Arătați că aria dreptunghiului ABCD este $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

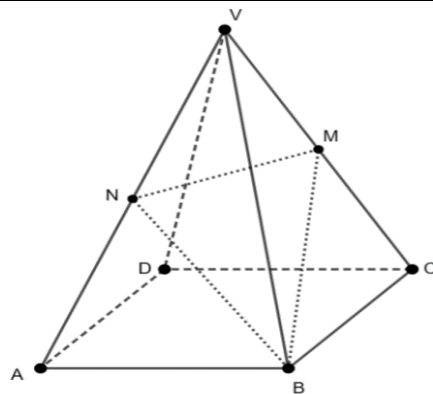


(3p) b) Prolungirea segmentului AM intersectează cercul circumscris dreptunghiului ABCD în N.
Demonstrați că triunghiul ANB este echilateral.

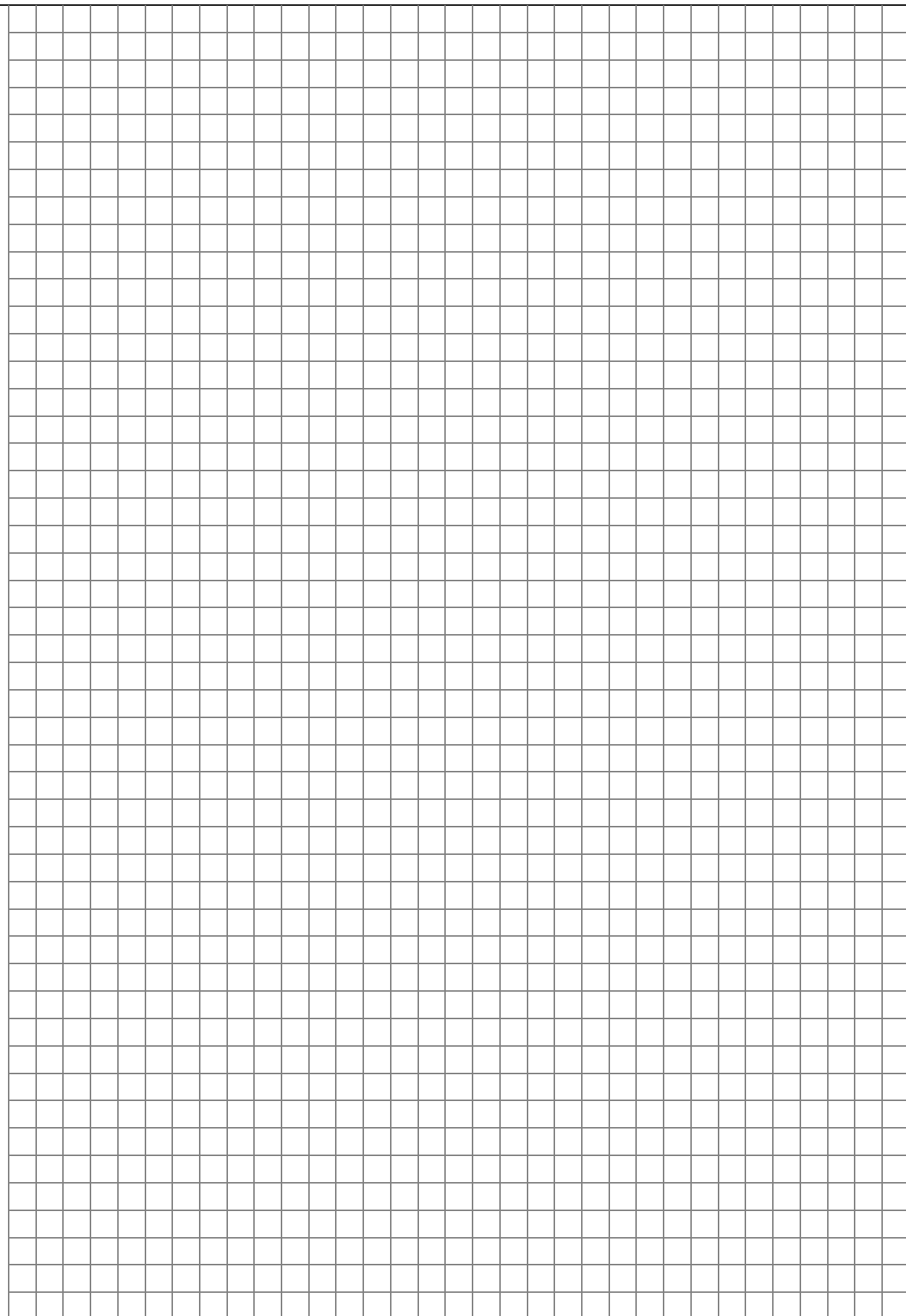
5p

6. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu latura bazei $AB = 16\text{cm}$ și muchia laterală $VA = 16\text{cm}$. BM este bisectoarea $\angle VBC$, $M \in VC$ și BN este bisectoarea $\angle VBA$, $N \in VA$.

(2p) a) Arătați că $MN \parallel (BDA)$.



(3p) b) Calculați aria triunghiului MNB .



SIMULARE - EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022-2023
Probă scrisă - Matematică
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Simulare

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	b)	5p
4.	a)	5p
5.	b)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.	a) $60\% \text{ din } \left(\frac{2}{3} \text{ din } T\right) = \frac{60}{100} \cdot \frac{2}{3} \cdot T = \frac{40}{100} \cdot T = 40\% \text{ din } T.$ (notăm T întregul traseu)	1p
	DA.	1p
	b) $\frac{40}{100} \cdot T = 180 \Rightarrow T = 450 \text{ km}.$ In prima zi : $\frac{1}{3} \text{ din } 450 = 150 \text{ km}.$	2p 1p
2.	a) $E(x) = 4x^2 - 12x + 9 - 3(x^2 - 4x + 4) - 2(x^2 - 1) + 10 =$ $= 4x^2 - 12x + 9 - 3x^2 + 12x - 12 - 2x^2 + 2 + 10 = 9 - x^2 = (3 - x)(3 + x)$	1p 1p
	b) $E(1 + \sqrt{3}) = 9 - (1 + \sqrt{3})^2 = 9 - (4 + 2\sqrt{3}) = 5 - 2\sqrt{3}$	1p
	$E(1 - \sqrt{3}) = 9 - (1 - \sqrt{3})^2 = 9 - (4 - 2\sqrt{3}) = 5 + 2\sqrt{3}$	1p
	$M_g = \sqrt{a \cdot b}, M_g = \sqrt{(5 - 2\sqrt{3}) \cdot (5 + 2\sqrt{3})} = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13}.$	1p

3.	a) $(1 + 5\sqrt{2})^2 = 1 + 10\sqrt{2} + 50 = 51 + 10\sqrt{2}$ $a^2 = (\sqrt{51 + 10\sqrt{2}})^2 = 51 + 10\sqrt{2}$	1p 1p
	b) $b = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 2\sqrt{2} - \left(\frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{21}{3\sqrt{2}} - \frac{99}{11\sqrt{2}}\right) : \frac{1}{2} =$ $8\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{1} = 5\sqrt{2}$. Din a) $\Rightarrow a = 1 + 5\sqrt{2}$; $(b - a)^{2023} = (5\sqrt{2} - 1 - 5\sqrt{2})^{2023} = (-1)^{2023} = -1$	1p 1p 1p
		1p
4.	a) AT = 24 cm; AB = 25 cm. P = AB + AC + BC = 25 + 25 + 14 = 64 cm.	1p 1p
	b) $A_{\Delta BCG} = \frac{BC \cdot GT}{2} = 56 \text{ cm}^2$. În triunghiul BCS, CG este mediană, deci $A_{\Delta SCG} = 56 \text{ cm}^2 = \frac{GC \cdot d(S;GC)}{2}$ Cum din triunghiul dreptunghic GTC obține $GC = \sqrt{113}$, obținem $d(S, CG) = \frac{112\sqrt{113}}{113} \text{ cm}$.	1p 1p 1p
		1p
5.	a) DM = 5cm; MB = 15cm. $AD^2 = DM \cdot BD = 100 \Rightarrow AD = 10 \text{ cm}$. $AB^2 = BM \cdot BD = 300 \Rightarrow AB = 10\sqrt{3} \text{ cm}$. $\Rightarrow A = AB \cdot AD = 100\sqrt{3} \text{ cm}^2$.	1p 1p
	b) ΔABD dreptunghic $\Leftrightarrow BD = \text{diametrul cercului} = \text{ipotenuza}$. $AD = \frac{BD}{2} \Rightarrow \widehat{DBA} = 30^\circ$, $\widehat{ADB} = 60^\circ \Rightarrow \text{arcu}l \text{ AB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ANB} = 60^\circ$ $AM \perp BD \Rightarrow \Delta ADM - \text{dreptunghic} \Rightarrow \widehat{DAM} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{NAB} = 60^\circ$. Deci ΔANB - echilateral.	1p 1p 1p
		1p
6.	a) $\Delta VAB \equiv \Delta VBC - \Delta \text{echilaterale}$. M – mijl VC, N – mijl VA $\Rightarrow MN - \text{linie mijl } \Delta VAC$ $MN \parallel AC, AC \subset (BDA) \Rightarrow MN \parallel (BDA)$	1p 1p
	b) $MN = \frac{AC}{2} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$. $BM = BN = \frac{1\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$. $\Delta MNB - \text{isoscel}$, $d(B, MN) = h = 4\sqrt{10} \text{ cm}$. $A_{\Delta MNB} = \frac{MN \cdot h}{2} = 32\sqrt{5} \text{ cm}^2$.	1p 1p 1p
		1p